COMPITO SCRITTO DI

ROBOTICA I/ROBOTICA INDUSTRIALE (V.O.)

3 aprile 2006

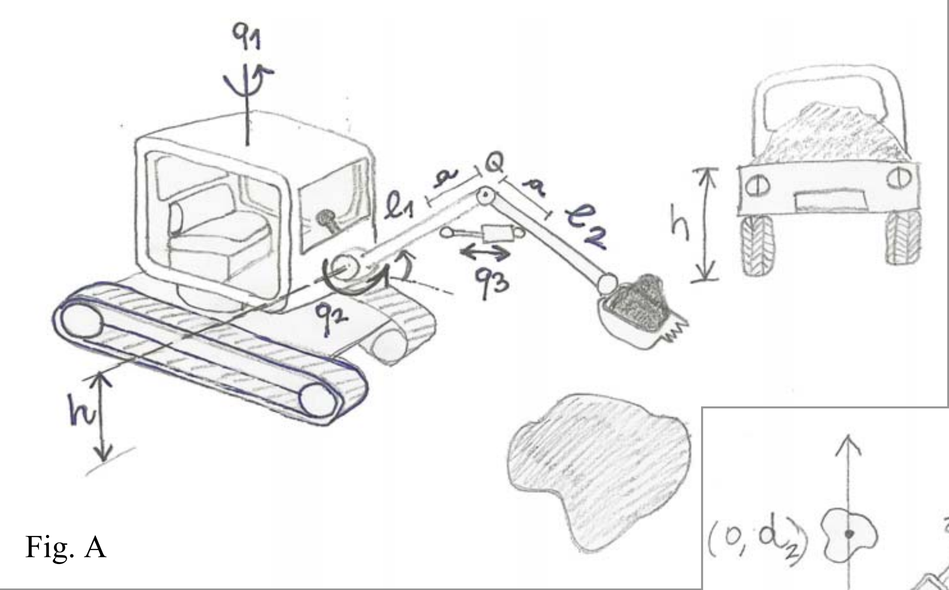


Fig. A

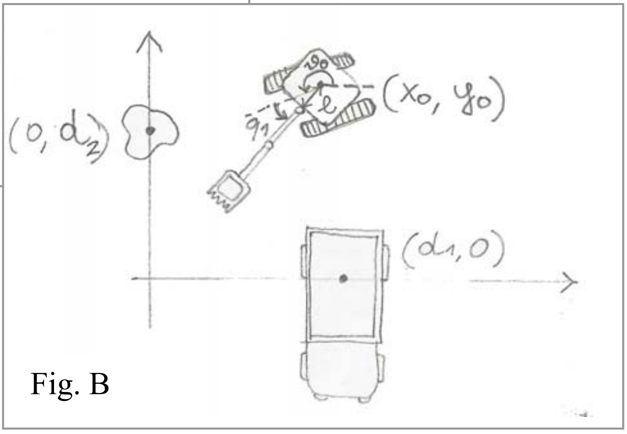


Fig. B

Il robot-scavatrice di Fig. A e Fig.B è caratterizzato dai seguenti parametri

$$\ell = 1 \text{ m};\ \ell_1 = \ell_2 = 2 \text{ m};\ a = 0.5 \text{ m};\ h = 1.2 \text{ m}$$

e dalle seguenti limitazioni di giunto: $-\pi/2 \leq q_1 \leq \pi/2$; $-\pi/2 \leq q_2 \leq \pi/2$; $0.3 \text{ m} \leq q_3 \leq 0.8$ m.

1. Considerando di interesse per il task il solo posizionamento nello spazio dell'organo terminale del manipolatore, fornire l'espressione della cinematica diretta in funzione di x_0, y_0, θ_0 e delle tre variabili q_1, q_2 (rotatorie) e q_3 (prismatica, il giunto rotatorio in Q è passivo).

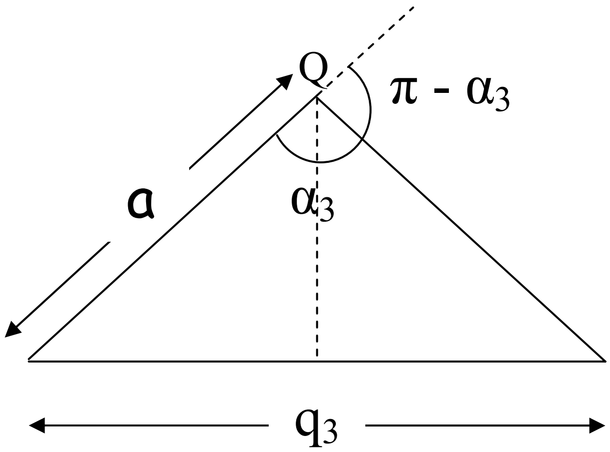
Inoltre, a scelta

2. fornire l'espressione della cinematica inversa, assumendo noti x_0, y_0 e θ_0;
3. determinare il vettore di coppie ai giunti necessarie a compensare staticamente il peso di un carico di 50 Kg nella benna, per $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $\theta_0 = 0$, $q_1 = 0$ $q_2 = \pi/4$ e $q_3 = 0.8$;
4. per $d_1 = d_2 = 2.5$ m (vedi Fig. B) determinare (dettagliando il ragionamento svolto) almeno un punto (x_0, y_0) e un orientamento θ_0 nel piano tale che la benna possa raggiungere sia la buca (ad un altezza z = 0) che il camion (ad un altezza z = h) senza che la base mobile debba spostarsi.

[tempo a disposizione: 2h, libri aperti]

SOLUZIONE

Il robot-scavatrice è equivalente, dal punto di vista cinematico, ad un robot antropomorfo con il primo braccio di lunghezza ℓ. Le uniche differenze stanno nel fatto che l'orientamento del braccio della scavatrice è dato da (θ_0 + q_1) e che lo spostamento angolare fra i due link della scavatrice è ottenuto mediante un attuatore lineare che (come avviene anche in realtà, per ottenere una rigidezza maggiore del giunto).



La cinematica diretta e inversa del robot sono pertanto uguali a quella del robot antropomorfo, in cui però la lunghezza del braccio 1 (parametro a_1 di Denavit-Hartenberg) è pari ad ℓ e l'angolo relativo fra i due link è pari a α_3 - π (v. figura a lato) dove ad α_3 si deve sostituire la sua espressione in funzione dell'estensione q_3 dell'attuatore lineare. In particolare, da considerazioni geometriche si ha

$$q_3 = 2a \sin(\alpha_3/2), \qquad (1)$$

e dunque

$$\alpha_3 = 2 \operatorname{asin}(q_3/2a). \qquad (2)$$

Si noti che α_3 è sempre < π, dunque α_3 - π < 0 (gomito giù), poiché $q_3 > 0$.

Di conseguenza, la soluzione del **punto 1.** è data da

$$\begin{aligned} p_x &= x_0 + \left(\ell + \ell_1 \cos q_2 + \ell_2 \cos\left(q_2 + \alpha_3(q_3) - \pi\right)\right)\cos\left(\theta_0 + q_1\right), \\ p_y &= y_0 + \left(\ell + \ell_1 \cos q_2 + \ell_2 \cos\left(q_2 + \alpha_3(q_3) - \pi\right)\right)\sin\left(\theta_0 + q_1\right), \\ p_z &= h + \ell_1 \sin q_2 + \ell_2 \sin\left(q_2 + \alpha_3(q_3) - \pi\right). \end{aligned} \qquad (3)$$

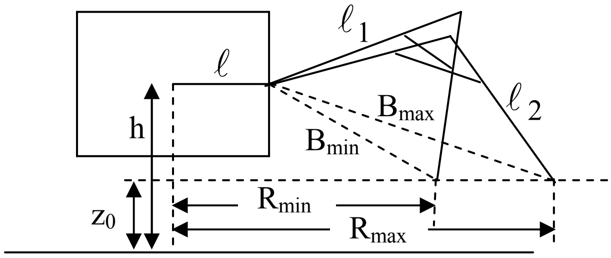
Il **punto 2.** si risolve in modo analogo, ovvero scrivendo la cinematica inversa standard del robot antropomorfo (in cui però solo la soluzione con "gomito giù" è ammissibile), e poi usando la (1) per calcolare q_3 dall'espressione trovata per α_3.

Per quanto riguarda il **punto 3.**, essendo F = [0 0 -mg]^T (con m = 50 Kg), bisogna calcolare la terza riga dello Jacobiano del robot, ovvero

$$\begin{aligned} j_3 &= \begin{bmatrix} \dfrac{\partial p_z}{\partial x_0} & \dfrac{\partial p_z}{\partial y_0} & \dfrac{\partial p_z}{\partial \theta_0} & \dfrac{\partial p_z}{\partial q_1} & \dfrac{\partial p_z}{\partial q_2} & \dfrac{\partial p_z}{\partial \alpha_3}\cdot\dfrac{d\alpha_3}{dq_3} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\ell_2 \cos\left(q_2 + \alpha_3(q_3)\right) & -\dfrac{2\ell_2}{\sqrt{4a^2 - q_3^2}}\cos\left(q_2 + \alpha_3(q_3)\right) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

nella configurazione desiderata, e si ottiene il risultato cercato come τ = - mg j_3^T.

Il **punto 4** si può risolvere in diversi modi. Il modo più generale consiste nell'osservare che, per ogni quota z_0, l'intersezione dello spazio di lavoro del robot con il piano $z = z_0$ è mezza corona circolare di raggio interno $R_{min}(z_0)$ e raggio esterno $R_{max}(z_0)$, con (v. figura sottostante)



$$R_{min}(z_0) = \ell + \sqrt{B_{min}^2 - (h - z_0)^2} \quad \text{e} \quad R_{max}(z_0) = \ell + \sqrt{B_{max}^2 - (h - z_0)^2}$$

dove

$$B_{min} = (\ell_1 + \ell_2)\frac{q_{3,min}}{2a} = 1.2 \quad \text{e} \quad B_{max} = (\ell_1 + \ell_2)\frac{q_{3,max}}{2a} = 3.2\,.$$

In particolare, per $z_0 = 0$, $R_{min}(z_0) = 1$ m, $R_{max}(z_0) = 3.96$ m, e per $z_0 = h$, $R_{min}(z_0) = 2.2$ m, $R_{max}(z_0) = 4.2$ m. Dunque, qualsiasi P = (x_0, y_0) nell'intersezione delle due corone circolari in figura (ad esempio l'origine, o il punto (2.5, 2.5)) va bene, purché θ_0 sia scelto opportunamente, ad esempio pari all'orientamento della bisettrice dell'angolo $B\hat{P}C$.