1) Dato il sistema

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u$$
$$y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} x$$

calcolare la funzione di trasferimento e spiegare il risultato.

2) Dato il sistema avente funzione di trasferimento

$$F(s) = \frac{-3(s+1)}{s^2 + s + 3}$$

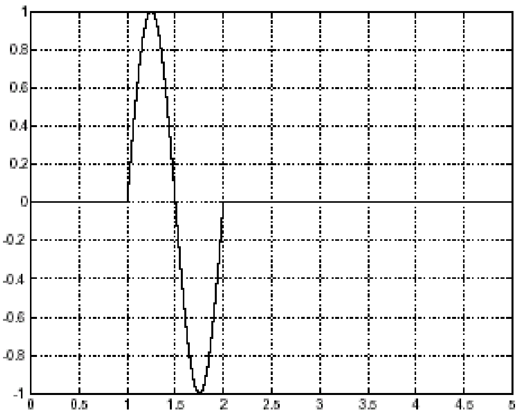
calcolare esplicitamente la risposta a regime permanente all'ingresso

$$u(t) = (1 + \sin 3t)\delta_{-1}(t)$$

3) Il sistema anti-rollio di una nave è costituito da pinne laterali che generano una coppia contraria a quella del moto ondoso. Il legame tra le coppie generate dalle pinne e l'inclinazione della nave è dato sotto la forma di una funzione di trasferimento $F_1(s)$ caratterizzata da un fattore trinomio a denominatore con coefficiente di smorzamento pari a $\xi = 0.1$, periodo di oscillazione T_n di 60 secondi (il legame con la pulsazione naturale è dato da $T_n = \frac{2\pi}{\omega_n}$) e guadagno unitario. Un ulteriore dispositivo misura in ingresso un certo segnale di riferimento per le pinne e fornisce in uscita le coppie generate dalle pinne. La dinamica di tale dispositivo è rappresentata tramite una funzione di trasferimento $F_2(s)$ caratterizzata da una sola costante di tempo, banda passante pari a 0.2 Hz e da un guadagno unitario. Il sistema anti-rollio è costituito dalla serie di $F_2(s)$ e $F_1(s)$.

- Determinare le due funzioni di trasferimento $F_2(s)$ e $F_1(s)$.
- Tracciare i diagrammi di Bode relativi al sistema anti-rollio.
- Supponendo di chiudere il sistema in controreazione unitaria con in catena diretta un controllore statico $C(s) = K$ a monte di $F_2(s)$, studiare la stabilità del sistema ad anello chiuso tramite il criterio di Nyquist al variare di K. Determinare il margine di fase.

4) Dato il segnale d'ingresso rappresentato in figura



calcolare la risposta forzata in uscita a tale ingresso per il sistema rappresentato da

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$$
$$y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix} x$$

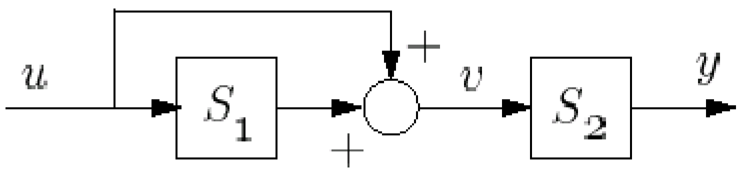
Si ricorda che $Laplace(\sin(at)\delta_{-1}(t)) = \frac{a}{s^2 + a^2}$.

5) Studiare con il criterio di Nyquist, al variare di $K \in \mathbb{R}$, la stabilità del sistema

$$F(s) = \frac{K(s-1)}{(s+1)(s^2+1)}$$

chiuso in controreazione unitaria.

6) Dato il sistema in figura



con S_1 e S_2 individuati rispettivamente da

$$S_1: \quad F_1(s) = \frac{a-1}{s+1} \quad \text{e } S_2: \begin{cases} \dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1 \end{pmatrix} v \\ y = \begin{pmatrix} 1 & -3/2 \end{pmatrix} x + v \end{cases}$$

Calcolare, se esiste,

- la risposta forzata all'ingresso $u(t) = \begin{cases} 0 & t < 1 \\ 2 & t \in [1,3) \\ 0 & t \geq 3 \end{cases}$
- la risposta a regime permanente all'ingresso a rampa unitaria.