Rappresentazione della conoscenza

Lezione 6

Sommario

♢ Circumscription (BL 11.3, 11.3.2 ed 11.3.3 cenni)

♢ Ragionamento per default (BL 11.4)

♢ Logica Autoepistemica (BL 11.5 cenni)

♢ Revisione delle Conoscenze (RN 10.7-10.8)

Ragionamento con eccezioni

Caratterizzazione semantica:
"minimizzazione dell'estensione" dei predicati,

- Circumscription

Caratterizzazione deduttiva:
una forma di implicazione "ritrattabile" (defeasible),

- Default Logic
- Logica epistemica (cenno)

Circumscription

La Circumscription (McCarthy '80) minimizza l'estensione di predicati

Idea base:

$$\forall x \ Bird(x) \wedge \neg ab(x) \rightarrow Flies(x)$$

Il mondo va per il meglio: per cui ab ha l'estensione minima: gli uccelli sono quanto più possibile normali, rispetto al volare.

Differenza con CWA: CWA minimizza tutti i predicati, la Circumscription solo quelli che modellano l'anormalità.

Minimizzazione dei predicati

$\mathcal{I}' \leq \mathcal{I}''$ sse per ogni $P \in \mathbf{P}$ $\mathcal{I}'(P) \subseteq \mathcal{I}''(P)$

La conseguenza logica viene definita non su tutti i modelli ma sul modello minimale.

$KB \models_{\leq} \alpha$ sse per ogni $\mathcal{I}$ tale che $\mathcal{I} \models KB$
o $\mathcal{I} \models \alpha$
oppure esiste $\mathcal{I}'$ tale che $\mathcal{I}' \leq \mathcal{I}$ e $\mathcal{I}' \models KB$

Differenza con CWA-GCWA

Supponiamo KB:

$Bird(c), Bird(d), \neg Flies(c) \vee \neg Flies(d)$

$\forall x \ Bird(x) \wedge \neg ab(x) \rightarrow Flies(x)$

CWA(KB) è inconsistente

GCWA(KB) $\not\models Flies(c)$ e $\not\models Flies(d)$

$KB \models_{\leq} Flies(c) \vee Flies(d)$

Circumscription: definizione

Data una teoria T del primo ordine ed un predicato P, scriviamo $T(P)$ per indicare che P occorre in T (P è costante)

La *circumscription* di P in $T(P)$ è:

$$T(P) \wedge \neg \exists p(T(p) \wedge p < P)$$

p è una variabile di predicato che ha la stessa arità di P,
$T(p)$ indica la teoria T in cui il predicato P è sostituito con p
$p < P$ indica che l'estensione di p è più piccola di quella di P.

L'estensione di P, nelle classi confrontabili dei modelli di $T(P)$, è minima.

Predicati fissi e variabili

Supponiamo KB:
$Bird(tweety)$
$\forall x\ Bird(x) \land \neg ab(x) \rightarrow Flies(x)$
$\forall x\ Penguin(x) \rightarrow (Bird(x) \land \neg Flies(x))$

Questo implica:

$\forall x\ Penguin(x) \rightarrow ab(x)$

Minimizzare l'anormalità comporta la minimizzazione dei pinguini. I predicati si possono suddividere in **fissi** e **variabili**, ma i risultati non sono del tutto soddisfacenti.

Logica dei default

Reiter 1980, "variazione" sulle regole di inferenza:

$$\frac{prec : giust}{concl}$$

dove precondizione, giustificazione e conclusione sono enunciati proposizionali o in logica del primo ordine.

La lettura intuitiva di una *regola di default* è la seguente:

> Se prec è dimostrabile e le ipotesi giust si possono assumere in modo consistente, allora si può concludere concl.

Anche in questo caso si richiede una **costruzione di punto fisso**.

Teoria di default

Sia LPO la logica di base e sia $\mathcal{L}$ un linguaggio. Una teoria di default è una coppia $\langle W, D \rangle$ tale che:

- W è una teoria assiomatizzabile;
- D è un insieme di regole di default: $\dfrac{\alpha : \beta}{\gamma}$, dove α, β, γ sono formule di $\mathcal{L}$

Estensione

Sia $\langle W, D \rangle$ una teoria di default. Per ogni insieme S di enunciati, sia $\Gamma(S)$ il più piccolo insieme di enunciati che soddisfa le seguenti proprietà:

D1. $W \subseteq \Gamma(S)$;

D2. $Cn(\Gamma(S)) = \Gamma(S)$;

D3. Se $\dfrac{\alpha : \beta}{\gamma} \in D$ e $\alpha \in \Gamma(S)$ e $\neg\beta \notin S$ allora $\gamma \in \Gamma(S)$.

S è una *estensione* sse $S = \Gamma(S)$

Esempio 81

Sia $\langle W, D \rangle$ una teoria di default dove $W = \{q\}$ e $D = \{\frac{q : p}{r}\}$.
Sia $S = Cn(\{q, r\})$

Verifichiamo che S è un'estensione (D1, D2, e D3 sono soddisfatte).

Per D3, siccome $q \in S$ possiamo applicare il default, $\neg p \notin S$ quindi possiamo aggiungere r ad S.

Verifichiamo che S sia il più piccolo insieme che ha tali proprietà. Se togliamo q, D1 non è verificato; se togliamo r, non è verificato D3.

D2 è ovviamente verificato.

Esempio 84 TWEETY 1

Per default gli uccelli volano:

$$\frac{Bird(x) : \neg Ab_{Flies}(x)}{Flies(x)}$$

Sapendo $Bird(tweety)$ e
assumendo che $\neg Ab_{Flies}(tweety)$
possiamo dedurre “per default” $Flies(tweety)$

Se $Ab_{Flies}(chilly)$ il default non si applica e non possiamo concludere che $chilly$ vola.

Esempio 82

Sia $\langle W, D \rangle$ una teoria di default dove $W = \{\}$ e $D = \{\frac{p : \top}{q}\}$.

Essendo $\top$ la giustificazione del default, per calcolare l'estensione non si deve verificare la consistenza della giustificazione del default stesso.

Notiamo che il default non è comunque applicabile, perché il suo prerequisito non è dimostrabile.

Tale teoria di default ha come estensione l'insieme delle formule valide, cioè l'insieme delle formule derivabili senza utilizzare regole di default e senza assiomi propri.

Esempio 83

Sia $\langle W, D \rangle$ una teoria di default dove $W = \{p \rightarrow p\}$ e $D = \{\frac{\top : \neg q}{q}\}$.

In questo caso $\top$ è il prerequisito del default.

Notiamo che il default in questo caso è banalmente applicabile, perché il suo prerequisito è $\top$; tuttavia appena lo si applica, esso ci richiede di aggiungere q all'insieme S e, dunque, il default diventa immediatamente inapplicabile perché la giustificazione $\neg q$ è inconsistente con l'insieme calcolato.

Questa teoria di default, *non ha estensioni*.

Esempio

Siconsideri un default del tipo: $\dfrac{q : q}{q}$.

In questo caso $\{q\}$ non è un'estensione, dato che $\{\}$ lo è.

A parte casi patologici di questo tipo la definizione di può semplificare ed in alcuni casi rendere costruttiva.

Esempio TWEETY riformulato

Riscriviamo il default:

$$\frac{Bird(x) : Flies(x)}{Flies(x)}$$

I default in cui giustificazioni e conclusioni coincidono si dicono **normali**.

Si può dimostrare che una teroia di default normali ammette sempre una estensione.

Esempio 85 NIXON 1

I quaccheri sono (di solito) pacifisti, e che i repubblicani invece (di solito) non lo sono.

$$\frac{Quacker(x) : Pacifist(x)}{Pacifist(x)}$$

$$\frac{Republican(x) : \neg Pacifist(x)}{\neg Pacifist(x)}$$

Esempio 85 NIXON 2

Nixon è un quacchero repubblicano

$$W = \{Quacker(nixon), Republican(nixon)\}$$

Possiamo concludere che Nixon è pacifista?

$$\begin{aligned} S &= Cn(\{Quacker(nixon), Republican(nixon), \\ &\qquad Pacifist(nixon)\}). \end{aligned}$$

Abbiamo che i punti D1, D2 e D3 della definizione sono soddisfatti; S è anche minimale, quindi è un'estensione.

Esempio 85 NIXON 3

$$
\begin{aligned}
S' \;=\; & Cn(\{Quacker(nixon), Republican(nixon),\\
& \quad \neg Pacifist(nixon)\}).
\end{aligned}
$$

Abbiamo che i punti D1, D2 e D3 della definizione sono soddisfatti; S' è anche minimale, quindi è un'estensione.

Quindi la nostra teoria di default ha due estensioni distinte: una in cui Nixon – in quanto quacchero normale – è pacifista, e una in cui Nixon – in quanto repubblicano normale – è guerrafondaio.

Conclusioni caute e coraggiose

Data una teoria di default una conclusione si dice

- *cauta* se essa appartiene a tutte le estensioni
- *coraggiosa* se essa appartiene a qualche estensione.

Nell'esempio il fatto che Nixon è pacifista è una conclusione coraggiosa.

In alternativa

$$\frac{Quacker(x) : Pacifist(x) \land \neg Political(x)}{Pacifist(x)}$$

$\forall x Republican(x) \to Political(x)$

NOTA: se avessimo scritto il default che i repubblicani in genere fanno politica, avremmo avuto ancora due estensioni.

I pinguini non volano

$$\frac{Bird(x) : Flies(x)}{Flies(x)}$$

$$\frac{Penguin(x) : \neg Flies(x)}{\neg Flies(x)}$$

Se aggiungiamo $Penguin(chilly)$ otteniamo due estensioni.

Per averne una:

$$\frac{Bird(x) : Flies(x) \wedge \neg Penguin(x)}{Flies(x)}$$

In generale sapendo che i pinguini sono una sottoclasse degli uccelli vorremo che il default sui pinguini fosse “più forte” di quello sugli uccelli.

Logica Autopepistemica

$\forall x.uccello(x) \wedge \neg \mathbf{L}\ \neg vola(x) \rightarrow vola(x)$

L'insieme delle conoscenze, **estensione autoepistemica** è caratterizzato tramite un'equazione di punto fisso:

$T = \{\psi \mid A \models_T \psi\}$

$\models_T$ aggiunge a T
- $\diamondsuit$ $\mathbf{L}\alpha$ quando $\alpha \in T$
- $\diamondsuit$ $\neg\mathbf{L}\alpha$ quando $\alpha \notin T$

Default e logiche autoepistemiche sono molto simili.

Minimal Knowledge and Negation as Failure

Lifschitz' 95 MKNF Unifica le diverse forme di ragionamento non monotono:

- default logic
- logica autoepistemica
- stable model semantics
- circumscription

- minimizza le conoscenze dell'agente
- permette di formulare delle ipotesi di default

Aggiornamento della base di conoscenze

- informazioni obsolete
- cambiamento della situazione
- ritrattazione di ipotesi

Se il sistema è non monotono si può ritrattare tutto ciò che è stato derivato per default.

Altrimenti occorre una **revisione delle conoscenze**

Revisione delle conoscenze

Tell
Ask
Ritratta

La ritrattazione di una concluzione richiede che vengano ritrattate tutto ciò che è stato dedotto a partire da essa.

$P, P \to Q$ mi permette di concludere Q

Se ritratto P, anche Q non vale più.

Truth Maintainance Systems: TMS

Sistemi per il mantenimento della verità: memorizzano (in modo efficiente) le **giustificazioni** di tutte le conclusioni raggiunte.

Se un fatto viene ritrattato, tutte le conclusioni che lo hanno tra le giustificazioni vengono invalidate.

- JTMS backtraking guidato dalle dipendenze (Doyle)
- ATMS fatto/contesto(i) in cui è vero (de Kleer)

- ritrattazioni
- spiegazioni
- ragionamento non-monotono