

Università di Roma Tre
Prova scritta di CONTROLLI AUTOMATICI II
10 febbraio 2004

Problema 1

Si consideri il processo la cui rappresentazione con lo spazio di stato è individuata dalla terna di matrici

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

e si assuma che lo stato sia misurabile. Si vuole costruire un regolatore asintotico dell'uscita in grado di riprodurre asintoticamente il riferimento $y_d(t) = A \cos(t + \phi)$.

- a) Si costruisca il relativo esosistema, fornendone l'adeguata inizializzazione.
- b) Si verifichino le condizioni necessarie per la risolubilità del problema.
- c) Nel caso che tali condizioni siano soddisfatte, si *impostino* le equazioni che forniscono (se esiste) la soluzione del problema, e si definisca la *struttura* del controllore.

Problema 2

Si consideri il sistema descritto dalle seguenti equazioni

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= kx_1 + x_1x_2^2 \\ \dot{x}_2 &= -x_2^3 - x_1^2x_2 \end{aligned}$$

con $k \neq 0$. Si individuino tutti i punti di equilibrio del sistema, e se ne studi la stabilità al variare di k positivo o negativo.

Tema

Si consideri un manipolatore robotico in assenza di gravità e di attrito, e si indichi con q il vettore delle sue coordinate di giunto. Il modello dinamico ha la forma

$$M(q)\ddot{q} + c(q, \dot{q}) = u$$

dove $M(q)$ è la matrice di inerzia (definita positiva), $c(q, \dot{q}) = S(q, \dot{q})\dot{q}$ raccoglie i termini centrifughi e di Coriolis, e u è la coppia applicata ai giunti. Utilizzando la candidata di Lyapunov

$$V = \frac{1}{2}\dot{q}^T M(q)\dot{q} + \frac{1}{2}\epsilon^T K_p \epsilon \quad \text{con} \quad \epsilon = q_d - q$$

e sfruttando l'antisimmetria della matrice $\dot{M}(q) - 2S(q, \dot{q})$, si dimostri che un controllore PD rende globalmente asintoticamente stabile il punto $(q_d, 0)$.