

Prova scritta di COMPLEMENTI DI CONTROLLI AUTOMATICI
10 luglio 2007

Problema 1

Si consideri il processo descritto da

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_4 \\ \dot{x}_2 &= -x_3 \\ \dot{x}_3 &= u \\ \dot{x}_4 &= -x_2 \\ y &= x_2\end{aligned}$$

dove u è l'ingresso e y è l'uscita. Assumendo che lo stato x del processo sia misurabile, si progetti un regolatore asintotico dell'uscita per una traiettoria di riferimento $y_d(t) = a \sin \omega t$, con $a, \omega > 0$.

Problema 2

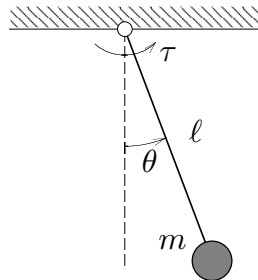
Per il sistema descritto dalle equazioni

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1 + 2x_2 \\ \dot{x}_2 &= -2x_1 - x_2 - x_2^2\end{aligned}$$

- a) si individuino *tutti* i punti di equilibrio;
- b) se ne studi la stabilità con il criterio indiretto di Lyapunov;
- c) per i punti di equilibrio che risultano asintoticamente stabili dal punto precedente, si approfondisca lo studio con il criterio diretto di Lyapunov, ricavando una stima del dominio di attrazione.

Tema

Si consideri il sistema meccanico in figura



costituito da un pendolo con attrito azionato da un motore, e descritto dalle equazioni

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -a \sin x_1 - b x_2 + c u\end{aligned}$$

dove $x = (x_1, x_2) = (\theta, \dot{\theta})$, $u = \tau$, $a = g/\ell$, $b = k/m\ell$, $c = 1/m\ell^2$ ($a, b, c > 0$). Mediante la tecnica della linearizzazione *esatta* via retroazione, progettare un controllore in grado di rendere globalmente asintoticamente stabile un generico stato $x_d = (\theta_d, 0)$.