

CONTROLLI AUTOMATICI

prova finale 2020/21

La soluzione dei problemi richiede (1) la **spiegazione** delle scelte progettuali (2) uno **schema a blocchi** del sistema di controllo in cui compaiano i segnali con gli stessi simboli usati nel testo (3) l'**espressione** finale del controllore.

Problema 1

Si consideri il processo avente rappresentazione nello spazio di stato $\dot{x} = Ax + Bu$, $y = Cx$, dove

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad C = (0 \quad 1 \quad 1)$$

- a) Costruire un controllore a retroazione dallo stato tale che il sistema ad anello chiuso sia asintoticamente stabile con tutti gli autovalori coincidenti.
- b) Si dimostri che è possibile risolvere lo *stesso* problema anche tramite una retroazione dall'uscita (non si deve costruire esplicitamente il controllore, ma è necessario fornirne la rappresentazione simbolica nello spazio di stato).

Problema 2

Si consideri un pendolo attuato di lunghezza ℓ e privo di attrito. Per piccole oscillazioni, il suo moto è descritto dall'equazione differenziale

$$\ddot{\theta} + \omega^2 \theta = \tau$$

dove θ è lo spostamento angolare del pendolo rispetto alla verticale, $\omega^2 = g/\ell$ e τ è la coppia motrice che agisce sul giunto del pendolo. Si progetti un dispositivo in grado di stimare asintoticamente la posizione angolare θ del pendolo a partire dalla misura della velocità angolare $\dot{\theta}$ e dell'ingresso di coppia τ . Si forniscano sia le equazioni che uno schema a blocchi del dispositivo.

Problema 3

Si consideri il sistema non lineare descritto dalle equazioni

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= 2x_1 + (1 + \sin^2 x_1)x_2 + 2u \\ \dot{x}_2 &= -x_2 \end{aligned}$$

- a) Si dimostri che l'origine è un punto di equilibrio del sistema non forzato, e se ne studi la stabilità.
- b) Utilizzando il metodo basato sull'approssimazione lineare, progettare una legge di controllo lineare in grado di stabilizzare *localmente* il sistema forzato intorno all'origine.
- c) Progettare una legge di controllo non lineare in grado di stabilizzare *globalmente* il sistema forzato intorno all'origine. Confrontare le due leggi di controllo.

[2 h 30 min]