CONDIZIONI DI TRIM

- VOLO DIRITTO – $\boxed{P_0 = Q_0 = R_0 = 0}$

$$\Downarrow$$

$$\dot{\Phi}_0 = \dot{\Psi}_0 = \dot{\Theta}_0 = 0$$

- VOLO SIMMETRICO – il piano di simmetria dell'aeroplano rimane fisso nello spazio durante tutta la manovra

$$\Downarrow$$

$$\Psi_0 = 0 \;, \; V_0 = 0$$

- LIVELLO ALI – $\Phi_0 = 0$

Quindi, nel caso di volo diritto e simmetrico a livello delle ali si ha

$$x = m\left[\dot{u} + W_0 q + (g\cos\Theta_0)\cdot\vartheta\right]$$

$$y = m\left[\dot{v} + r U_0 - p W_0 - (g\cos\Theta_0)\varphi\right]$$

$$z = m\left[\dot{w} - U_0 q + (g\sin\Theta_0)\vartheta\right]$$

$$l = I_{xx}\dot{p} - I_{xz}\dot{r}$$

$$m = I_{yy}\dot{q}$$

$$n = I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{p}$$

Inoltre

$$p = \dot{\varphi} - \dot{\Psi}\sin\Theta_0$$

$$q = \dot{\vartheta}$$

$$r = \dot{\Psi}\cos\Theta_0$$

Si individuano 2 dinamiche $\Rightarrow$

una confinata nel piano $X_B Z_B$:

$$x = m\left[\dot{u} + W_0 q + (g\cos\theta_0)\vartheta\right]$$
$$z = m\left[\dot{w} - U_0 q + (g\sin\theta_0)\vartheta\right]$$
$$m = I_{yy}\dot{q}$$

DINAMICA LONGITUDINALE (cui viene aggiunta anche $q = \dot{\vartheta}$)

l'altra

$$y = m\left[\dot{v} + U_0 r - W_0 p - (g\cos\theta_0)\varphi\right]$$
$$l = I_{xx}\dot{p} - I_{xz}\dot{r}$$
$$n = I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{p}$$

DINAMICA LATERALE/DIREZIONALE

(cui vengono aggiunte $p = \dot{\varphi} - \dot{\psi}\sin\theta_0$
$r = \dot{\psi}\cos\theta_0$

DINAMICA LONGITUDINALE

I termini x, z, m possono essere espansi in serie (si assume che solo gli elevatori siano impiegati nel controllo di tale dinamica: in realtà, anche altri controlli possono essere considerati)

$$x = \frac{\partial x}{\partial u} u + \frac{\partial x}{\partial \dot{u}} \dot{u} + \frac{\partial x}{\partial w} w + \frac{\partial x}{\partial \dot{w}} \cdot \dot{w}$$

$$+ \frac{\partial x}{\partial q} \cdot q + \frac{\partial x}{\partial \dot{q}} \dot{q} + \frac{\partial x}{\partial \delta_E} \cdot \delta_E + \frac{\partial x}{\partial \dot{\delta}_E} \dot{\delta}_E$$

e analogamente per Δz e Δm.

Si pone

$$\left.\begin{aligned} x_S &= \frac{1}{m} \frac{\partial x}{\partial S} \\ z_S &= \frac{1}{m} \frac{\partial z}{\partial S} \\ m_S &= \frac{1}{I_{yy}} \frac{\partial m}{\partial S} \end{aligned}\right\} \text{DERIVATE DI STABILITÀ}$$

Certe derivate di stabilità si possono trascurare a seconda dell'aeroplano e delle condizioni di volo.
In generale, si trascurano

$$x_{\dot u},\ x_q,\ x_{\dot w},\ x_{\delta_E},\ z_{\dot u},\ z_{\dot w},\ m_{\dot u},\ z_{\dot\delta_E},\ m_{\dot\delta_E}$$

Inoltre Z_q è generalmente significativa ma non considerata se U_0 è grande (come nelle condizioni di HOVERING).
Si ottiene infine per la dinamica longitudinale:

$$\dot u = x_u u + x_w w - W_0 q - (g\cos\theta_0)\vartheta$$

$$\dot w = z_u u + z_w \cdot w + U_0 q - (g\sin\theta_0)\vartheta + z_{\delta_E}\cdot\delta_E$$

$$\dot q = m_u \cdot u + m_w \cdot w + m_{\dot w}\cdot \dot w + m_q \cdot q + m_{\delta_E}\cdot\delta_E$$

$$\dot\vartheta = q$$

DINAMICA LATERALE

Con

$$y_s = \frac{1}{m}\frac{\partial y}{\partial s}$$

$$l_s = \frac{1}{I_{xx}}\frac{\partial l}{\partial s}$$

$$n_s = \frac{1}{I_{zz}}\frac{\partial n}{\partial s}$$

DERIVATE DI STABILITA'

ipotizzando che solo i controlli di alettone e timone agiscano sulla dinamica laterale (δ_A e δ_R), trascurando

$y_{\dot{v}}$, y_p, $y_{\dot{p}}$, y_r, $y_{\dot{r}}$, y_{δ_A}, $l_{\dot{v}}$, $l_{\dot{r}}$, $n_{\dot{v}}$, $n_{\dot{r}}$ si ottiene per la dinamica laterale

$$\dot{v} = y_v v - U_0 r + W_0 p + (g \cos\theta_0)\varphi$$

$$\dot{p} = \frac{I_{xz}}{I_{xx}} \dot{r} + l_v v + l_p \cdot p + l_r \cdot r + l_{\delta_A} \cdot \delta_A + l_{\delta_R} \cdot \delta_R$$

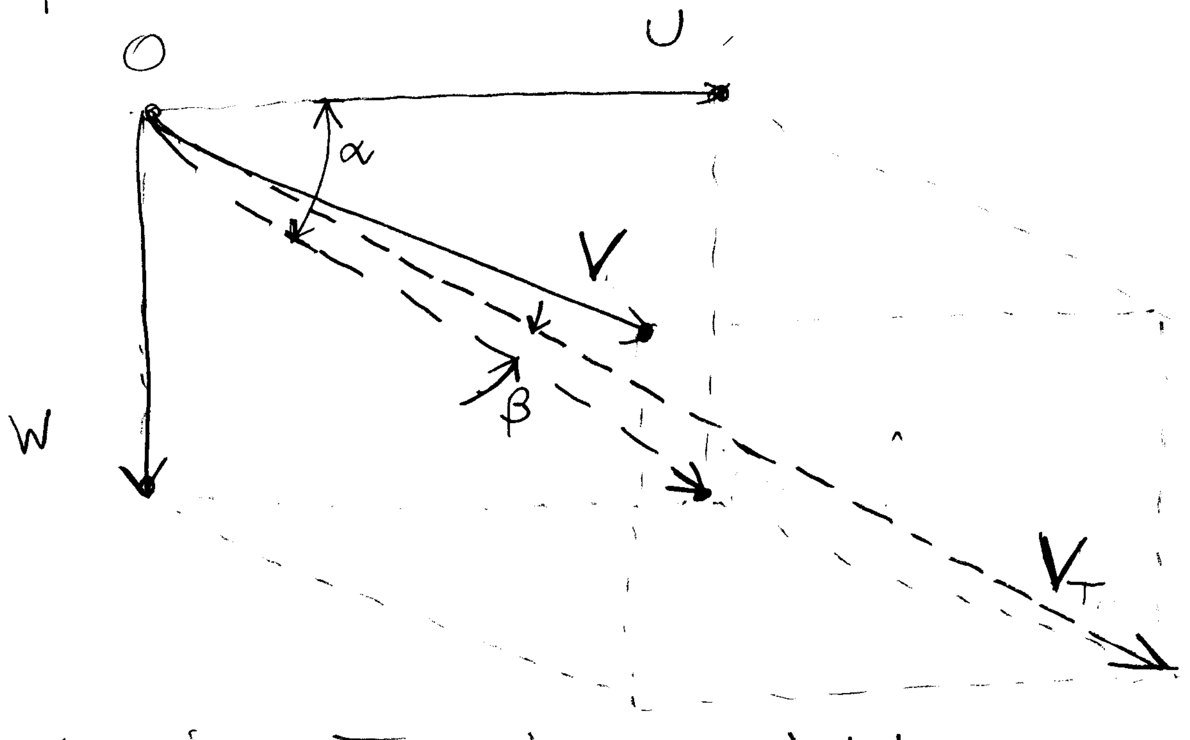
$$\dot{r} = \frac{I_{xz}}{I_{zz}} \cdot \dot{p} + n_v \cdot v + n_p \cdot p + n_r \cdot r + n_{\delta_A} \cdot \delta_A + n_{\delta_R} \cdot \delta_R$$

$$p = \dot{\varphi} - \dot{\psi} \sin\theta_0$$

$$r = \dot{\psi} \cos\theta_0$$

EQUAZIONI DEL MOTO NEL SISTEMA DI RIFERIMENTO DI STABILITA'

Gli angoli che orientano le forze di sollevamento (LIFT) e di trascinamento (DRAG) relativamente al sistema di riferimento solidale con l'aeroplano sono α (ANGOLO DI ATTACCO) e β (ANGOLO DI SIDESLIP):



V_T è il vettore di velocità totale

In condizioni di volo simmetrico $V_0 = 0$. Se $W_0 = 0$, allora $\alpha_0 = \beta_0 = 0$

Tale orientamento corrisponde al sistema di assi di stabilità. In questo caso

$$\Theta_0 = \alpha_0 + \gamma_0 \equiv \gamma_0$$

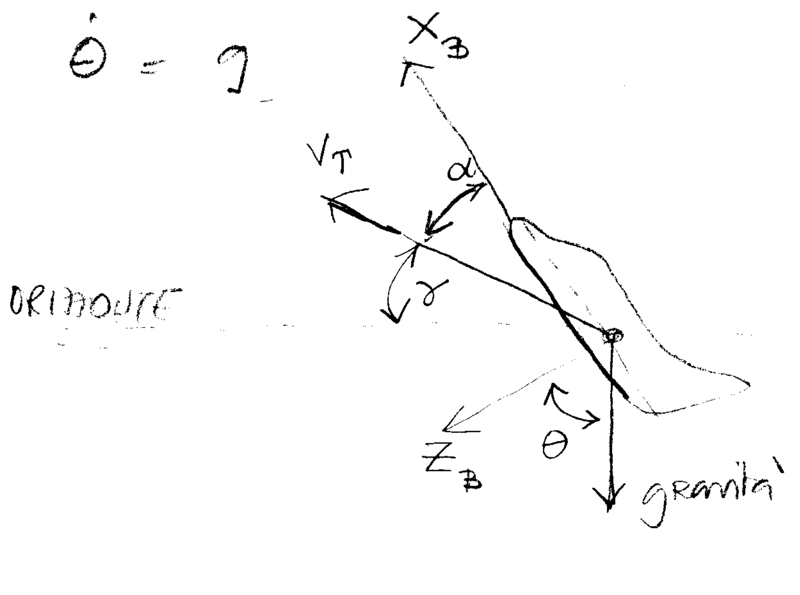
Perciò la dinamica longitudinale in questo sistema di riferimento è

$$\dot{u} = x_u u + x_w \cdot w - (g\cos\gamma_0)\vartheta$$

$$\dot{w} = z_u \cdot u + z_w \cdot w + U_0 q - (g\sin\gamma_0)\vartheta + z_{\delta_E} \cdot \delta_E$$

$$\dot{q} = m_u \cdot u + m_w \cdot w + m_{\dot{w}} \cdot \dot{w} + m_q \cdot q + m_{\delta_E} \cdot \delta_E$$

$$\dot{\Theta} = q$$



γ = angolo di linea di volo

α = angolo di attacco

$\Theta = \alpha + \gamma$

Invece la dinamica laterale diventa

con

$$l'_S := l_S + I_B n_S$$
$$n'_S := n_S + I_A l_S$$
$$I_A := I_{xz} / I_{xx}$$
$$I_B := I_{xz} / I_{zz}$$

$\longrightarrow$

$$\dot{v} = y_v v + U_0 r - (g \cos \gamma_0) \varphi + y_{\delta_R} \cdot \delta_R$$
$$\dot{p} = l'_v \cdot v + l'_p p + l'_r \cdot r + l'_{\delta_A} \cdot \delta_A + l'_{\delta_R} \cdot \delta_R$$
$$\dot{r} = n'_v \cdot v + n'_p p + n'_r \cdot r + n'_{\delta_A} \delta_A + n'_{\delta_R} \delta_R$$
$$\dot{\varphi} = p + r \tan \gamma_0$$
$$\dot{\psi} = r \sec \gamma_0$$

CONDIZIONI DI VOLO A REGIME

- **VOLO DIRITTO** (STEADY STRAIGHT FLIGHT)

tutte le derivate rispetto al tempo sono 0 e anche la velocità angolare intorno al vettore gravità.

$$P_0 = R_0 = Q_0 = 0$$
$$\dot{\Psi}_0 = \dot{\Phi}_0 = \dot{\Theta}_0 = 0$$

(qui il pedice 0 indica valori costanti nel tempo)

perciò

$$\begin{cases} X_0 = mg\sin\Theta_0 \\ Y_0 = 0 \\ Z_0 = -mg\cos\Theta_0 \\ L_0 = M_0 = N_0 = 0 \\ P_0 = R_0 = Q_0 = \dot{\Psi}_0 = \dot{\Phi}_0 = \dot{\Theta}_0 = 0 \end{cases}$$

- **VIRATE A REGIME**

tutte le derivate nulle e $\dot{\Phi} = \dot{\Theta} = 0$.
Inoltre $\dot{\Psi}$ = costante. La situazione corrisponde a piccoli angoli di PITCH (θ). Si ottiene

$$\begin{cases} P_0 = -\dot{\Psi}_0 \sin\Theta_0 \simeq -\dot{\Psi}_0 \Theta_0 \\ Q_0 = \dot{\Psi}_0 \cos\Theta_0 \sin\Phi_0 \simeq \dot{\Psi}_0 \sin\Phi_0 \\ R_0 = \dot{\Psi} \cos\Theta_0 \sin\Phi_0 \simeq \dot{\Psi}_0 \cos\Phi_0 \\ L_0 = M_0 = N_0 = \dot{\Phi}_0 = \dot{\Theta}_0 = 0 \end{cases}$$

Nella maggior parte delle manovre di questo tipo $\dot{\Psi}_0 \simeq 0$ e quindi P_0, Q_0, R_0 sono trascurabili.

- **VOLO A REGIME SIMMETRICO IN PITCHING**

U e W variano nel tempo, Q costante e $V, P, R, \phi, \dot{\Psi} = 0$:

$$X = m(\dot{U} + Q_0 W) + mg\sin\Theta$$

$$Z = m(\dot{W} - Q_0 U) - mg\cos\Theta$$

$$L_0 = M_0 = N_0 = Y_0 = V_0 = P_0 = R_0 = \phi_0 = \Psi_0 = 0$$