A.35

DINAMICA LATERALE

$$\dot{\beta} = -0.16\beta + 0.174p - r + 0.114\phi - 0.016\delta_A + 0.033\delta_R$$

$$\dot{p} = -12.7\beta - 2.13p + 2.19r + 4.38\delta_A + 1.1\delta_R$$

$$\dot{r} = 1.44\beta + 0.065p - 0.56r - 0.21\delta_A - 1.2\delta_R$$

$$\dot{\phi} = p + 0.176r$$

$$A = \begin{pmatrix} -0.16 & 0.174 & -1 & 0.114 \\ -12.7 & -2.13 & 2.19 & 0 \\ 1.44 & 0.065 & -0.56 & 0 \\ 0 & 1 & 0.176 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -0.016 & 0.033 \\ 4.38 & 1.1 \\ -0.21 & -1.2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

A.36

$$R_0 = \begin{pmatrix} -0.016 & 0.033 \\ 4.38 & 1.1 \\ -0.21 & -1.2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$R_1 = \left(\begin{array}{cc|cc} -0.016 & 0.033 & 0.9747 & 1.8861 \\ 4.88 & 1.1 & -9.5861 & -5.3901 \\ -0.21 & -1.2 & 0.3793 & 0.7910 \\ 0 & 0 & 4.3480 & 0.8888 \end{array}\right)$$

$\text{rango } R_0 = 2 < n = 4$

$\text{rango } R_1 = n = 4$

quindi $k := 2$. Si ponga

$m_1 = n - \text{rango } R_0 = 2$

Si cerchino 2 soluzioni indipendenti di

$$r R_0 = 0$$

Ad esempio $r_1 = (0\ \ 0\ \ 0\ \ 1)$

$r_2 = (-0.9995\ \ -0.0052\ \ -0.0522\ \ 0)$

A.37

Poiché $n_1 = m = 2$ e $n_2 = 0$ allora si pone

$g_1 = \gamma_1$

$g_2 = \gamma_2$

e si verifica che rispetto a queste uscite $r_1 = r_2 = 2$. Infatti

$g_1 B = 0$

$g_2 B = 0$

$g_1 AB = (-0{,}9366 \quad -1.2829)$

$g_2 AB = (4{,}3430 \quad 0.8888)$

e rango $\begin{pmatrix} \gamma_1 AB \\ \gamma_2 AB \end{pmatrix} = 2$

Si prende il cambiamento di coordinate

$$T = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_1 A \\ g_2 \\ g_2 A \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0{,}1760 & 0 \\ -0{,}9995 & -0{,}0052 & -0{,}0322 & 0 \\ 0.1796 & -0.1649 & 1.0061 & -0{,}1139 \end{pmatrix}$$

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} -0.0035 & -0.0102 & -1.006 & -0{,}0304 \\ -0.0195 & 0.9716 & -0.0307 & -0.1710 \\ 0.1106 & 0.1611 & 0.1745 & 0.9713 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

A.39

$$\tilde{A} = TAT^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.3157 & -1.5941 & 12.9509 & 2.7721 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.1226 & 0.1074 & -3.7417 & -1.2559 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{B} = TB = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 4.3430 & 0.8888 \\ 0 & 0 \\ -0.9364 & -1.3828 \end{pmatrix}$$

Quindi nelle nuove coordinate

$$\dot{\xi}_{11} = \xi_{12}$$

$$\dot{\xi}_{12} = 0.3157 \cdot \xi_{11} - 1.5941 \cdot \xi_{12} + 12.9509 \xi_{21} + 2.7721 \xi_{22} + 4.3430 \cdot \delta_A + 0.8888 \cdot \delta_R$$

$$\dot{\xi}_{21} = \xi_{22}$$

$$\dot{\xi}_{22} = -0.1226 \xi_{11} + 0.1074 \xi_{12} - 3.7417 \xi_{21} - 1.2559 \xi_{22} + 0.9364 \delta_A - 1.3828 \delta_R$$

A. 40

Quindi se

$$\begin{pmatrix} \delta_A \\ \delta_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.3430 & 0.88887 \\ -0.9364 & -1.3828 \end{pmatrix}^{-1} \cdot$$

$$\cdot \left[- \begin{pmatrix} -0.3157\xi_{11} - 1.5941\xi_{12} + 12.9509\xi_{21} + 2.7721\xi_{22} \\ -0.1226\xi_{11} + 0.1074\xi_{12} - 3.7417\xi_{21} - 1.2559\xi_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta_A' \\ \delta_R' \end{pmatrix} \right]$$

otteniamo

$$\dot{\xi}_{11} = \xi_{12}$$

$$\dot{\xi}_{12} = \delta_A'$$

$$\dot{\xi}_{21} = \xi_{22}$$

$$\dot{\xi}_{22} = \delta_R'$$

A.41

Se vogliamo imporre tutti gli autovalori in $\{-1,-1,-1,-1\}$

otteniamo

$$F = -U^{-1}\left[\begin{pmatrix} g_1 A^2 \\ g_2 A^2 \end{pmatrix} - \tilde{F}\,T\right]$$

$$\tilde{F} = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

e quindi $F = \begin{pmatrix} 2{,}8332 & 0{,}0819 & -0.8002 & -0{,}2317 \\ 0{,}1598 & -0{,}0223 & 1{,}1607 & 0{,}0070 \end{pmatrix}$

A.42

Si noti che il sistema

$$\dot{z} = \tilde{A}_{BR} + \hat{\tilde{B}}_{BR}\, v \qquad y = \tilde{C}_{BR}\, z = \begin{pmatrix} \xi_{11} \\ \vdots \\ \xi_{m1} \end{pmatrix}$$

ha la seguente funzione di trasferimento

$$\tilde{C}_{BR}(sI - \tilde{A}_{BR})^{-1}\hat{\tilde{B}}_{BR} = \begin{pmatrix} \frac{1}{s^{r_1}} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{1}{s^{r_m}} \end{pmatrix}$$

così il comportamento ingresso-uscita è DISACCOPPIATO ovvero l'ingresso i-simo influenza soltanto l'uscita i-sima. Questo consente di controllare ogni uscita con il corrispondente ingresso e quindi poter applicare i metodi di sintesi per sistemi a un ingresso una uscita.

È inoltre sulle singole dinamiche

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_{i1} &= \xi_{i2} \\ &\vdots \\ \dot{\xi}_{ir_i} &= v_i \end{aligned} \qquad (S)$$

applicare un ulteriore legge di controllo per imporre specifiche a regime. Si voglia ad esempio che (S), con una opportuna legge di controllo, abbia $y_i(t) = y_{iR}(t)$

ove $y_{iR}(t)$ è un profilo desiderato. Si assuma che $y_{iR}(t)$ abbia almeno τ_i derivate.

Allora se $e_{i1}(t) = y_i(t) - y_{iR}(t)$:

$$\dot{e}_{i1} = \dot{y}_i - \dot{y}_{iR} = z_{i2} - \dot{y}_{iR} := e_{i2}$$

$$\dot{e}_{i2} = \dot{z}_{i2} - \ddot{y}_{iR} = z_{i3} - \ddot{y}_{iR} := e_{i3}$$

$$\vdots$$

$$\dot{e}_{i\tau_i} = \dot{z}_{i,\tau_i+1} - y_{iR}^{(\tau_i+1)} =$$

$$= v_i - y_{iR}^{(\tau_i+1)}$$

Imponendo $v_i := y_{i\tau}^{(\tau_i+1)}$ con

$$z_{ij}(0) = y_{i\tau}^{(j)}(0)$$

otteniamo $e_{i1}(t) = e_{i2}(t) = \dots = e_{i\tau_i}(t) \equiv 0$

$$\forall t \geq 0$$

Si osservi che nell'esempio di pag A.35 si ha

$$e_{11} = \phi - \phi_{12}(t)$$
$$e_{12} = \dot{\phi} - \dot{\phi}_{12}(t)$$

ove $\phi_{12}(t)$, $\dot{\phi}_{12}(t)$ sono profili desiderati. Quindi è possibile controllare ϕ e $\dot{\phi}$. Si noti anche che per avere

$$e_{i1}(t) = \dots = e_{iz_i}(t) = 0 \quad \forall t \geq 0,$$

come già detto si deve avere

$$z_{ij}(0) = y_{i2}^{(j)}(0)$$

Si può evitare questo imponendo semplicemente che

$$e_{i1}(t), \dots, e_{iz_i}(t) \to 0 \quad \text{con } t \to \infty$$

Infatti ciò è possibile definendo

$$v_i = - c_{i0} e_{i1} - c_{i1} e_{i2} \cdots - c_{i,r_i-1} e_{ir_i} + y_{ir}^{(r_i+1)}$$

ove $p_i(\lambda) = c_{i0} + c_{i1}\lambda + \dots + c_{i,r_i-1}\lambda^{r_i-1} + \lambda^{r_i}$

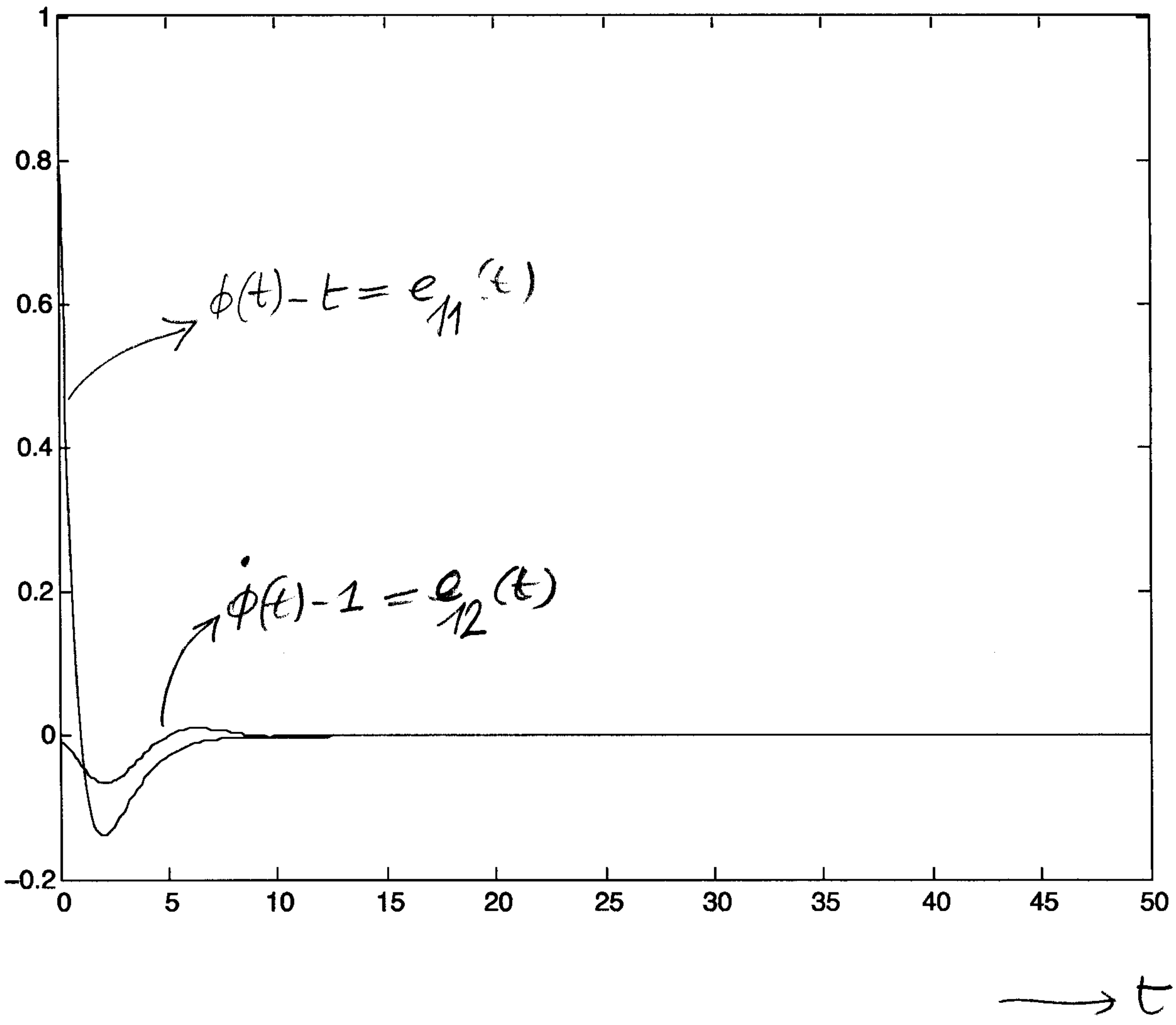
è un polinomio con tutte radici a parte reale negativa.

Nell'esempio precedente, definendo

$$u = -U^{-1}\left[\begin{pmatrix} g_1 A^2 \\ g_2 A^2 \end{pmatrix} - \tilde{F}\Big(Tx \underbrace{- \begin{pmatrix} t \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\text{TERMINE AGGIUNTIVO}}\Big)\right]$$

con $\phi_{1r}(t) = t$ e $\dot{\phi}_{1r}(t) = 1$

si ha il seguente andamento di $e_{11}(t)$ e $e_{12}(t)$



$\phi(t) - t = e_{11}(t)$
$\dot{\phi}(t) - 1 = e_{12}(t)$
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50
$\longrightarrow t$