

# Automazione

6 giugno 2022

## Esercizio 1

Si consideri un sistema di automazione di un'azienda farmaceutica in cui, a livello di coordinamento, è necessario gestire i seguenti task periodici:

- ogni 4 t.u. viene effettuata l'azione di riempimento di una fiala, impiegando 1 t.u.;
- ogni 6 t.u. viene effettuata l'azione di chiusura delle fiale, impiegando 1 t.u.;
- ogni 9 t.u. viene eseguita l'azione di raggruppamento delle fiale, impiegando 2 t.u.

I task periodici devono essere gestiti in modalità hard real time. C'è un task aperiodico da gestire in modalità hard real time di recovery in caso di guasti, caratterizzato da un minimo tempo di occorrenza pari a 18 t.u. e un massimo tempo di esecuzione pari a 5 t.u.. Infine, c'è un task aperiodico di controllo della qualità da gestire in modalità soft real time, con un activation time 17 t.u., una deadline relativa di 7 t.u., e un computation time di 3 t.u.. Si ipotizzi che tutti i task descritti siano indipendenti, dal punto di vista funzionale, l'uno dall'altro.

1. Verificare se sussiste la condizione necessaria di schedulabilità dei task periodici equivalenti.
2. Verificare se sussiste almeno una delle condizioni sufficienti di schedulabilità dei task periodici equivalenti, utilizzando l'algoritmo RMPO.
3. Eseguire lo scheduling dei task hard real time con RMPO.
4. Se RMPO è soluzione del punto precedente, verificare se con una politica RMPO + BACKGROUND sia possibile gestire il task aperiodico in maniera tale che sia eseguito entro la deadline assoluta.
5. Eseguire lo scheduling dei task hard real time con EDF.
6. Verificare se con una politica EDF + BACKGROUND sia possibile gestire il task aperiodico in maniera tale che sia eseguito entro la deadline assoluta.
7. Verificare se il task aperiodico riesce a essere eseguito entro la propria deadline assoluta utilizzando EDF con un processo DEFERRING SERVER così caratterizzato:  $T_{SRV} = 36$  t.u. e  $C_{SRV} = 3$  t.u.

## Esercizio 2

Parti meccaniche	A	B	C	D
Macchina #1	3	4	2	1
Macchina #2	2	1	3	4

Tabella 1: Tempi di lavorazione (in minuti) dei quattro prodotti sulle due macchine.

Una linea deve gestire la produzione di quattro parti meccaniche  $\{A, B, C, D\}$  che necessitano di due lavorazioni in sequenza, la prima effettuata sulla macchina #1 e la seconda sulla macchina #2. La Tabella 1 riporta i tempi necessari per le lavorazioni di ciascuna parte meccanica su ciascuna macchina. Sequenziare le parti sulle due macchine in modo da minimizzare il tempo totale di completamento di tutte le lavorazioni. Riportare il risultato graficamente su un diagramma di

Gantt. E' possibile cambiare l'ordine delle lavorazioni sulla seconda macchina senza peggiorare il tempo totale di completamento? Mostrare infine, sempre con un diagramma di Gantt, il peggior sequenziamento possibile in termini di tempo totale (evitando di inserire attese non necessarie sulle due macchine).

### Esercizio 3

Si consideri un processo descritto dalla funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{10}{(s+3)(s+5)}.$$

Il progetto del controllore ha l'obiettivo primario di regolare l'uscita a un valore desiderato  $y_d$  costante e arbitrario. Si discutano pregi e difetti delle seguenti quattro scelte di leggi di controllo basate sull'errore  $e(t) = y_d - y(t)$  e/o sulla retroazione dall'uscita  $y(t)$ :

- i)  $u(t) = k_P e(t)$ ;
- ii)  $u(t) = k_P e(t) + k_I \int_0^t e(\tau) d\tau$ ;
- iii)  $u(t) = k_I \int_0^t e(\tau) d\tau - k_P y(t)$ ;
- iv)  $u(t) = k_P e(t) - k_D \dot{y}(t)$

I parametri relativi ai controllori ( $k_P$ ,  $k_I$  e  $k_D$ ) devono quanto meno garantire la stabilità asintotica del sistema ad anello chiuso.

### Esercizio 4

Si consideri la rete di Petri in Fig. 1. Calcolare gli invarianti di posto e transizione e studiare le proprietà di vivezza, limitatezza e reversibilità. Nel caso in cui una o più di tali proprietà non sia soddisfatta, progettare un supervisore che le garantisca tutte.

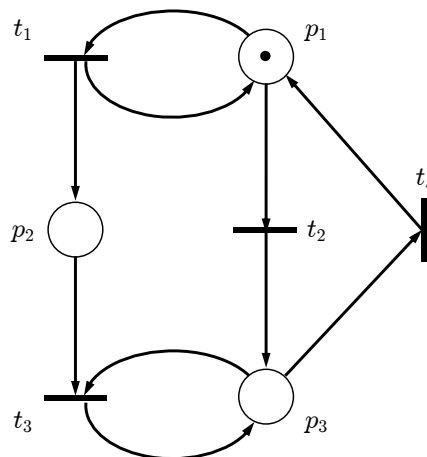


Figura 1: La rete di Petri da analizzare.

[180 minuti (3 ore); libri aperti]

# Soluzione

6 giugno 2022

## Esercizio 1

**Punto 1)** Per verificare la condizione necessaria si calcola il fattore di utilizzazione dei task periodici equivalenti hard real time:

$$U = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{2}{9} + \frac{5}{18} = \frac{9 + 6 + 8 + 10}{36} = \frac{33}{36} \simeq 0.92.$$

**Punto 2)** Verificata la condizione necessaria, controlliamo se esiste almeno una condizione sufficiente:

$$U_{lsm}(RMPO) = n \left( 2^{1/n} - 1 \right) = 4 \left( 2^{1/4} - 1 \right) \simeq 0.76.$$

Dato che  $U > U_{lsm}$ , questa condizione sufficiente non è verificata. Inoltre, i task non sono legati tra loro da relazioni armoniche. Non possiamo dire a priori se RMPO è in grado di schedulare i task.

**Punto 3)** La soluzione dello scheduling RMPO è riportata in Fig. 2. Da questa si evince che RMPO è in grado di schedulare in maniera hard real time i task periodici equivalenti.

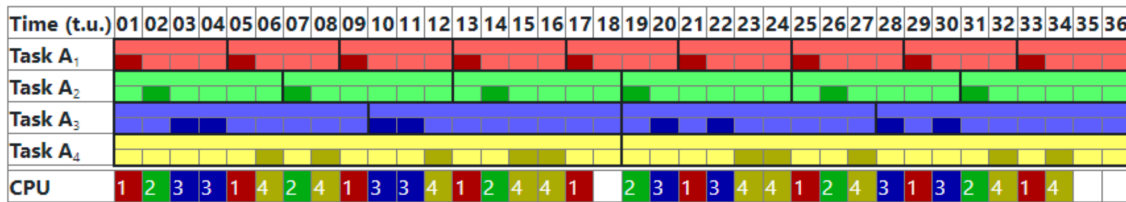


Figura 2: Scheduling RMPO.

**Punto 4)** La soluzione dello scheduling RMPO + BACKGROUND è riportata in Fig. 3. Da questa si evince che il task aperiodico non riesce ad essere eseguito entro la propria deadline assoluta.

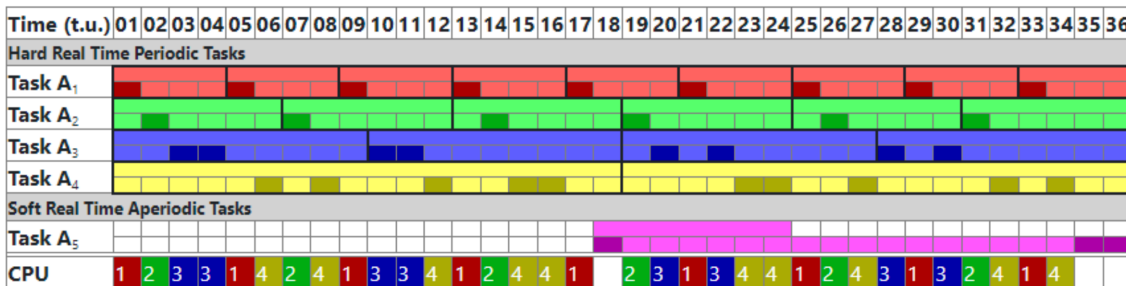


Figura 3: Scheduling RMPO + BACKGROUND.

**Punto 5)** La soluzione dello scheduling EDF è riportata in Fig. 4.

**Punto 6)** Si può notare che, in questo caso specifico, lo scheduling tramite RMPO lascia inutilizzata la CPU negli stessi t.u. dello scheduling tramite EDF. Pertanto, utilizzando una politica in BACKGROUND, valgono le stesse considerazioni già fatte nel punto 4): il task aperiodico non riesce ad essere eseguito entro la propria deadline assoluta.

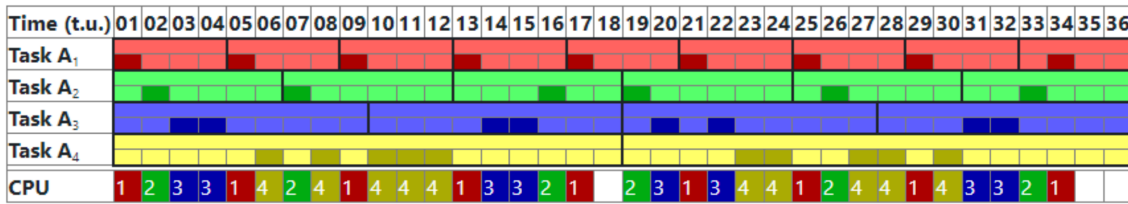


Figura 4: Scheduling EDF.

Punto 7) La soluzione dello scheduling EDF + DEFERRING SERVER è è riportata in Fig. 5. Da cui si evince che il task aperiodico è stato gestito entro la propria deadline assoluta.

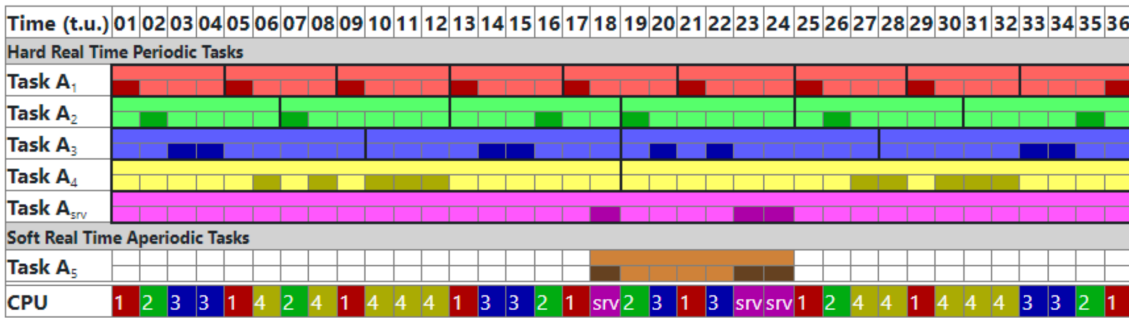


Figura 5: Scheduling EDF + DEFERRING SERVER.

### Esercizio 2

Si tratta di un problema di flow shop scheduling con  $n = 4$  lavori su  $m = 2$  macchine. L'algoritmo di Johnson che minimizza il tempo totale di completamento (*makespan*) fornisce la soluzione ottima  $\{D, C, A, B\}$ , illustrata nel diagramma di Gantt in Fig. 6. Il tempo totale è pari a  $T = 11$  minuti, con la seconda macchina che rimane ferma solo per un minuto iniziale, in attesa del termine della lavorazione del prodotto  $D$  da parte della prima macchina. Il sequenziamento ottimo è unico.

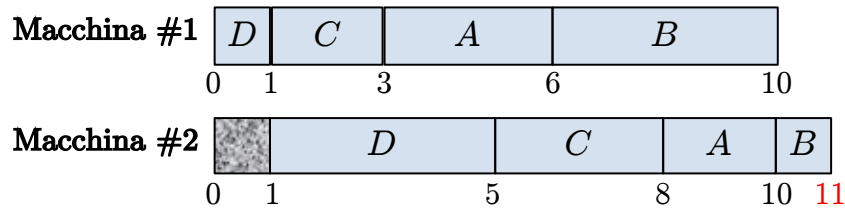


Figura 6: Diagramma di Gantt con la soluzione del problema di flow shop scheduling.

La Fig. 7 mostra invece la sequenza con il peggior tempo totale di completamento possibile sotto le ipotesi di lavoro fatte, pari a  $T = 16$  minuti (circa il 45% peggiore di quella ottima). La sequenza  $\{B, A, C, D\}$  non è altro che quella con ordine inverso rispetto alla sequenza ottima. Il tempo in cui la macchina #2 rimane ferma è di 6 minuti, i quattro iniziali più due minuti per attendere il prodotto A.

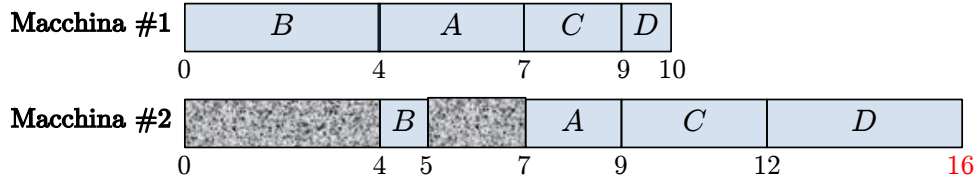


Figura 7: Diagramma di Gantt di uno scheduling con il peggior tempo di completamento possibile per il problema considerato ( $T = 16$  minuti).

### Esercizio 3

I quattro controllori proposti sono un regolatore P, un regolatore PI, un regolatore P\*I con reazione proporzionale solo dall'uscita, e un regolatore PD\* con reazione derivativa solo dall'uscita. Per avere errore nullo a regime permanente in risposta a un riferimento  $y_d$  costante, il sistema di controllo deve essere (almeno) di *tipo 1*. Poiché il processo non ha nessun polo nell'origine, sarà il controllore a dover introdurre un tale polo, ossia un'azione integrale (I), nella catena diretta. Questa azione è presente solo nelle due leggi di controllo *ii*) e *iii*). Le altre due leggi sono pertanto comunque deficitarie, a prescindere da altre considerazioni.

Si noti che tutte le leggi suddette si possono ricondurre allo schema di controllo misto riportato in Fig. 8, con opportune espressioni per  $C_1(s) = n_{C_1}(s)/d_{C_1}(s)$  (azione di controllo in catena diretta) e per  $C_2(s) = n_{C_2}(s)/d_{C_2}(s)$  (azione di controllo in retroazione dall'uscita). Indicati con  $n_P(s) = 10$  e  $d_P(s) = (s+3)(s+5)$  il numeratore e il denominatore della funzione di trasferimento  $P(s)$  del processo, la funzione di trasferimento  $W(s)$  ad anello chiuso assume l'espressione generale

$$W(s) = \frac{y(s)}{y_d(s)} = \frac{n_P(s)n_{C_1}(s)d_{C_2}(s)}{d_P(s)d_{C_1}(s)d_{C_2}(s) + n_P(s)(n_{C_1}(s)d_{C_2}(s) + n_{C_2}(s)d_{C_1}(s))},$$

che si particularizza come segue:

$$W^i(s) = \frac{10k_P}{(s+3)(s+5) + 10k_P} \quad (C_1(s) = k_P, C_2(s) = 0) \quad \Rightarrow \quad W^i(0) = \frac{10k_P}{15 + 10k_P} \neq 1;$$

$$W^{ii}(s) = \frac{10(k_P s + k_I)}{(s+3)(s+5)s + 10(k_P s + k_I)} \quad (C_1(s) = \frac{k_P s + k_I}{s}, C_2(s) = 0) \quad \Rightarrow \quad W^{ii}(0) = 1;$$

$$W^{iii}(s) = \frac{10k_I}{(s+3)(s+5)s + 10(k_P s + k_I)} \quad (C_1(s) = \frac{k_I}{s}, C_2(s) = k_P) \quad \Rightarrow \quad W^{iii}(0) = 1;$$

$$W^{iv}(s) = \frac{10k_P}{(s+3)(s+5) + 10(k_D s + k_P)} \quad (C_1(s) = k_P, C_2(s) = k_D s) \quad \Rightarrow \quad W^{iv}(0) = \frac{10k_P}{15 + 10k_P} \neq 1.$$

Le due soluzioni *ii*) e *iii*) che qui interessano hanno le stesse condizioni necessarie e sufficienti per la stabilità asintotica sui guadagni  $k_P$  e  $k_I$ , che sono dedotte dal criterio di Routh applicato al denominatore (comune) di  $W^{ii}(s)$  e  $W^{iii}(s)$ :

$$k_I > 0, \quad k_P > 0.125k_I - 1.5.$$

La soluzione *iii*) è però da preferirsi alla *ii*) in quanto insensibile alle variazioni a gradino del riferimento  $y_d$ , che causano in questo secondo caso una discontinuità nell'ingresso  $u$  al processo —si noti il fattore derivativo  $k_P s$  a numeratore della  $W^{ii}(s)$ , assente nella  $W^{iii}(s)$ . Viceversa,

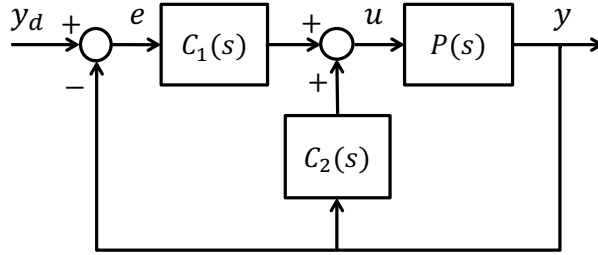


Figura 8: Il sistema di controllo complessivo, con azioni sull'errore  $e = y_d - y$  e sulla retroazione dalla sola misura dell'uscita  $y$ .

lo zero presente a numeratore della  $W^{ii}(s)$  può servire a rendere la risposta transitoria ad anello chiuso più simile a quella di un sistema del secondo ordine (la  $W^{iii}(s)$  invece non ha zeri e ha quindi grado relativo pari a 3).

#### Esercizio 4

La rete di Petri di Fig. 1 ha matrice di incidenza  $\mathbf{C}$  di dimensioni  $3 \times 4$ , con marcatura iniziale  $\mathbf{x}_0$ :

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Si noti che la rete presenta autoanelli sulle coppie transizione-posto  $(t_1, p_1)$  e  $(t_3, p_3)$  (che quindi non compaiono nella matrice di incidenza).

E' immediato verificare che il rango di  $\mathbf{C}$  è pari a 2. Pertanto lo spazio nullo di  $\mathbf{C}$  ha dimensione 2 e quello di  $\mathbf{C}^T$  ha dimensione 1. Il calcolo dei P-invarianti (soluzioni non banali, intere e non negative di  $\mathbf{C}^T \boldsymbol{\gamma} = \mathbf{0}$ ) fornisce come unico vettore canonico e a supporto minimo

$$\boldsymbol{\gamma}^T = (1 \ 0 \ 1).$$

Esiste quindi un ciclo di posti  $\|I_\gamma\| = \{p_1, p_3\}$  in cui la somma di token si conserva durante l'evoluzione ammissibile della rete, rimanendo pari a quella presente nella marcatura iniziale  $\boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{x}_0 = 1$  (ossia il token inizialmente in  $p_1$ ). Il posto  $p_2$  non è però ricoperto dall'insieme di supporto dell'unico P-invariante. E' infatti un posto dove si può accumulare un numero illimitato di token mediante la sequenza di scatti  $\{t_1\}^j$ , con  $j$  arbitrariamente grande.

Il calcolo dei T-invarianti (soluzioni non banali, intere e non negative di  $\mathbf{C}\boldsymbol{\eta} = \mathbf{0}$ ) fornisce i due vettori indipendenti

$$\boldsymbol{\eta}_1 = \alpha (0 \ 1 \ 0 \ 1)^T, \quad \boldsymbol{\eta}_2 = \beta (1 \ 0 \ 1 \ 0)^T, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{N}^+.$$

Questi T-invarianti (e le loro combinazioni) stabiliscono delle condizioni necessarie di reversibilità della rete in termini di numero di scatti delle singole transizioni. Il primo invariante indica che la sequenza  $\{t_2, t_4\}$  soddisfa la condizione necessaria: questa è infatti una sequenza di scatto ammissibile che riporta sempre (anche quando ripetuta un numero arbitrario di volte) la rete nella condizione iniziale. Il secondo invariante indica che, per la reversibilità, anche le due transizioni  $t_1$  e  $t_3$  dovranno scattare necessariamente un numero uguale di volte.

Quando sono presenti  $j$  token in  $p_2$  (e un token in  $p_1$ , necessariamente, a seguito dello scatto ripetuto  $j$  volte della transizione  $t_1$ ), è sempre possibile ritornare alla marcatura iniziale  $\mathbf{x}_0$  mediante la sequenza di scatti  $\{t_2, t_3, t_4\}^j$ ; questa svuoterà progressivamente il posto  $p_2$  di un token per ciclo. Le transizioni diventano quindi tutte abilitate allo scatto, a partire da qualsiasi marcatura raggiungibile. Inoltre il numero totale di scatti nella sequenza complessiva sarà pari a  $j$  per ogni transizione (infatti il vettore  $\boldsymbol{\eta} = (j \ j \ j \ j)^T$  è un T-invariante).

Dalle analisi suddette, si può quindi concludere che la rete è viva, reversibile, ma potenzialmente illimitata. L'obiettivo del supervisore sarà quindi di rendere limitata la rete supervisionata, mantenendo al contempo le altre due proprietà. Si può procedere con il progetto mediante la tecnica degli invarianti.

A tale scopo, imponiamo la disuguaglianza

$$\mathbf{h}^T \mathbf{x} = (0 \ 1 \ 0) \mathbf{x} = x_2 \leq 1 = k,$$

per tutte le marcature raggiungibili  $\mathbf{x} \in \mathcal{R}\{PN\}$  della rete. La marcatura iniziale  $\mathbf{x}_0$  soddisfa già questa disuguaglianza in quanto  $\mathbf{h}^T \mathbf{x}_0 = 0$ . Applicando l'algoritmo di costruzione del supervisore, si inserisce un posto monitor  $p_m$  con una (quarta) riga aggiuntiva alla matrice di incidenza originaria  $\mathbf{C}$  e marcatura iniziale dati rispettivamente da

$$\mathbf{C}_m = -\mathbf{h}^T \mathbf{C} = (-1 \ 0 \ 1 \ 0), \quad x_{m,0} = k - \mathbf{h}^T \mathbf{x}_0 = 1 - 0 = 1.$$

La rete supervisionata è mostrata in Fig. 9 e soddisfa tutti i requisiti richiesti. A valle di un numero arbitrario di sequenze di scatto  $\{t_2, t_4\}^k$  che riportano sempre la rete supervisionata nel suo stato iniziale  $\mathbf{x}_0^s = (\mathbf{x}_0^T \ 1)^T = (1 \ 0 \ 0 \ 1)^T$ , l'unica altra sequenza di scatto abilitata è  $\{t_1, t_2, t_3, t_4\}$ , che realizza infatti la reversibilità della rete (assieme alla sua vivezza e limitatezza).

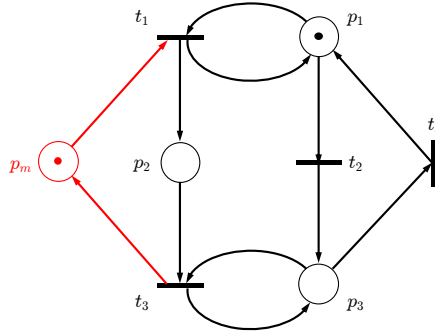


Figura 9: La rete di Petri di Fig. 1, con il posto aggiunto  $p_m$  del supervisore.

La proprietà di limitatezza è anche deducibile direttamente dai due P-invarianti (quello ottenuto da  $\boldsymbol{\gamma}$  e il nuovo P-invariante) della matrice di incidenza estesa del sistema. Si ha infatti:

$$\mathbf{C}^s = \begin{pmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\gamma}^s \mathbf{C}^s = 0 \Rightarrow \begin{aligned} \boldsymbol{\gamma}_1^s &= (\boldsymbol{\gamma}^T \ 0)^T = (1 \ 0 \ 1 \ 0)^T \\ \boldsymbol{\gamma}_2^s &= (\mathbf{h}^T \ 1)^T = (0 \ 1 \ 0 \ 1)^T, \end{aligned}$$

da cui i quattro posti della rete supervisionata sono interamente ricoperti dall'insieme di supporto  $\|I_{\boldsymbol{\gamma}^s}\| = \{p_1, p_2, p_3, p_m\}$  dei P-invarianti canonici.

\*\*\*\*\*