

Algoritmi e Strutture Dati (A.A. 2013-2014)

Corso di Laurea in Ingegneria dell'Informazione
Sapienza Università di Roma

Primo appello (13/01/2014) - durata 2h

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____	Autorizzo la pubblicazione del voto di questo esame sul sito web http://www.dis.uniroma1.it/~demetres/didattica/asd , secondo quanto prevede il decreto legislativo 196/2003 (codice in materia di protezione dei dati personali) che dichiaro di conoscere. In fede, _____
---	--

Domanda 1 [8 punti]

1. Dimostrare che un heap con n nodi ha altezza $O(\log n)$ [4 punti].
2. Mostrare come costruire ricorsivamente un heap a partire da n chiavi arbitrarie prese da un dominio totalmente ordinato in tempo $O(n)$, fornendo una dimostrazione del tempo di esecuzione basata sul teorema fondamentale delle ricorrenze [4 punti].

Domanda 2 [8 punti]

1. Data una funzione $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, si definiscano formalmente gli insiemi $O(f(n))$, $\Omega(f(n))$ e $\Theta(f(n))$ [4 punti]
2. Si calcoli il numero di passi di calcolo eseguiti da `p` in funzione del valore del parametro n , usando la notazione asintotica $\Theta(\dots)$:

```
void p(int n) {  
    int i, j;  
    for (i=n; i>0; i=i/2)  
        for (j=i; j<(i+10); j++) printf("%d\n", j);  
}
```

Si assuma che `printf()` richieda $O(1)$ passi di calcolo. Motivare la risposta [4 punti].

Domanda 3 [6 punti]

Si progetti un algoritmo che, dato un array di $n > 2$ elementi distinti presi da un dominio totalmente ordinato, trovi il terzo elemento più piccolo in tempo $O(n)$. Ad esempio, se l'insieme di elementi sono i numeri $\{7, 2, 5, 3, 10\}$ il terzo elemento più piccolo è 5. Infatti, se ordinassimo gli elementi, il 5 apparirebbe in terza posizione nella sequenza ordinata. Motivare la risposta e in particolare il tempo di esecuzione $O(n)$.

Domanda 4 [4 punti]

Risolvere la seguente equazione di ricorrenza utilizzando il metodo dell'iterazione:

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{se } n \leq 1 \\ T\left(\frac{n}{2}\right) + \sqrt[3]{n} & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Domanda 5 [6 punti]

1. Si descriva l'algoritmo di Prim per il calcolo del minimo albero ricoprente [3 punti].
2. Si applichi l'algoritmo al seguente grafo non orientato mostrando i passi intermedi [3 punti].

