

## Esercizi del 24 Aprile 2002

1. Dire quali delle seguenti funzioni è lineare.

(a)  $2x_1 + x_1x_2 - x_3$

(b)  $(\log 5)x_1 - x_{25}$

(c)  $\sin x_1 - x_{25}$

(d)  $x_1 - x_3 + 5x_4$

(e)  $x_1 - x_3 + 5x_4 + 1$

(f)  $\frac{x_1 + 2x_2 - 4x_3}{-x_1 + 2,5x_2 + x_3}$

(g)  $x_1 + x_2 + x_3^3$

2. Se il valore di una funzione lineare nel punto  $(2, 1, -1)$  è 4, qual è il valore della stessa funzione nel punto  $(4, 2, -2) = 2(2, 1, -1)$ ? Sai dire qual è il nome della proprietà che hai utilizzato per dare la risposta?

3. Se il valore di una funzione lineare nel punto  $(2, 1, -1)$  è 4 e quello nel punto  $(2, 0, 1)$  è 7, qual è il valore della stessa funzione in  $(4, 1, 0) = (2, 1, -1) + (2, 0, 1)$ ? Sai dire qual è il nome della proprietà che hai utilizzato per dare la risposta?

4. Definisci un problema di Programmazione Lineare (PL nel seguito).

5. Dire quali dei seguenti problemi è un problema di PL.

(a)

$$\begin{aligned} \min \quad & 2x_1 - x_2 + x_3 \\ & x_1 - x_2 + 7x_3 - x_4 \leq 2 \\ & 3x_1 - 6x_2 - 3x_3 = 0 \\ & x_1 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 - x_2 + x_3 \\ & x_1 - x_2 + 7x_3 - x_4^2 \leq 3 \\ & 3x_1^3 - 6x_2 - 3x_3 = 0 \\ & x_1 \leq 0, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned} \min \quad & 2x_1 - x_2 + x_3 + 4 \\ & x_1 - x_2 + 7x_3 - x_4 \leq 2 \\ & 3x_1 - 6x_2 - 3x_3 \leq 0 \\ & x_1 \geq 0, x_4 = 0. \end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned} \min \quad & 2x_1x_2 - x_2 + x_3 + e^{x_4} \\ & x_1 - x_2 + 7x_3 - x_4 \leq 2 \\ & 3x_1 - 6x_2 - 3x_3 \leq 0. \end{aligned}$$

(e)

$$\begin{aligned} \max \quad & c^T x \\ Ax \quad & = \quad b, \\ x \quad & \geq \quad 0, \end{aligned}$$

dove il vettore delle variabili  $x$  ha  $n$  componenti,  $c$  è un vettore di numeri a  $n$  componenti,  $A$  è una matrice di numeri  $m \times n$ , e  $b$  è un vettore di numeri a  $m$  componenti.

6. Una compagnia petrolifera deve rifornire di olio combustibili i porti di Cagliari e di Palermo; questa compagnia dispone di un deposito in ciascuno dei seguenti porti: Civitavecchia, La Spezia e Napoli.

La tabella che segue riporta le disponibilità massime settimanali di ciascun deposito (in ettolitri) e il costo unitario di prelievo (in migliaia di lire per ettolitro di olio prelevato).

	Disponibilità max sett.	costo unitario prelievo
Deposito di Civitavecchia	110	30
Deposito di La Spezia	200	25
Deposito di Napoli	70	38

Inoltre sono noti i costi unitari (in migliaia di lire) del trasporto di un ettolitro di olio combustibile da ciascun deposito a ciascuna delle due destinazioni (Cagliari, Palermo).

	Cagliari	Palermo
Deposito di Civitavecchia	40	60
Deposito di La Spezia	50	75
Deposito di Napoli	65	51

Sapendo che settimanalmente Cagliari ha bisogno di 150 ettolitri e Palermo di 120 ettolitri di olio combustibile, costruire un modello lineare che rappresenti il problema descritto e che permetta di soddisfare le domande di Cagliari e Palermo al costo minimo.

7. Un'industria produce cibo per animali e sta per immettere sul mercato un nuovo prodotto. Per ottenere questo prodotto l'industria acquista 4 diversi tipi di ingredienti base (A, B, C, D) che miscela senza che ci siano perdite di peso in questo processo di lavorazione. Ogni ingrediente base ha differenti caratteristiche e prezzo di acquisto. La tabella che segue riporta, per ogni ettogrammo di ciascuno degli ingredienti, il contenuto di grassi (in grammi), di zuccheri (in grammi), le calorie (in cal.) e il costo di acquisto (in lire)

	A	B	C	D
grassi	20	10	12	15
zuccheri	10	15	22	9
calorie	150	220	380	620
costo di acquisto	750	900	1100	1000

Il prodotto finale deve avere un peso complessivo non superiore a 12 ettogrammi.

Costruire un modello lineare che permetta di determinare le quantità di ciascun ingrediente da utilizzare nella produzione del nuovo prodotto in modo da minimizzare il costo complessivo derivante dall'acquisto degli ingredienti base utilizzati e soddisfacendo i seguenti requisiti di qualità: il prodotto deve contenere almeno 1500 calorie, non più di 110 grammi di grassi, e un contenuto di zuccheri compreso tra i 60 e i 90 grammi.