Corso di Laurea Magistrale e Laurea Specialistica in Ingegneria Gestionale

Prova d'esame di:
□ Ottimizzazione (LM)
□ Ottimizzazione dei Sistemi Complessi

13 Maggio 2011

Cognome : **Nome:**

Domanda 1 (11 punti) Dato il problema di ottimizzazione dinamica:

$$
\begin{aligned}
\max \quad & J = \psi(x(T)) + \int_0^T l(x(t), u(t))dt \\
& \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\
& x(0) = x_0 \\
& u(t) \in \mathcal{U}, \ \forall t \in [0, T]
\end{aligned}
$$

con $x(t) \in \Re^n$, $u(t) \in \Re^m$ e T fissato, enunciare e dimostrare le condizioni di ottimalità del principio del massimo.

Domanda 2 (7 punti) Dato il problema di PNL:

$$
\begin{aligned}
\min \ & f(x) \\
& g_i(x) \leq 0, \ i = 1, \ldots, p \\
& h_j(x) = 0, \ j = 1, \ldots, m
\end{aligned}
$$

descrivere il metodo di soluzione basato sulla programmazione quadratica ricorsiva, illustrandone le basi analitiche.

Corso di Laurea Magistrale e Laurea Specalistica in Ingegneria Gestionale

Prova d'esame di:
☐ Ottimizzazione (LM)
☐ Ottimizzazione dei Sistemi Complessi

13 Maggio 2011

Cognome : **Nome:**

Esercizio 1 (8 punti)
Dato il problema di PNL:

$$\begin{aligned} \min\ & y^2 + (x-1)^2 \\ & x^2 + 2y^2 = 4 \\ & -x \le y \le x \end{aligned}$$

- **(1 punto)** dire se il problema ammette soluzione globale, motivando la risposta analiticamente;
- **(1 punto)** dire se il problema è convesso;
- **(2.5 punti)** determinare i punti che soddisfano le condizioni di KKT;
- **(1.5 punti)** verificare se uno dei punti di KKT trovati soddisfa le condizioni sufficienti di ottimalità;
- **(2 punti)** determinare una funzione di penalità mista interna-esterna per il problema.

Esercizio 2 (6 punti)
Dato il problema con piú obiettivi:

$$\begin{gathered} \min \left\{ \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \end{array} \right\} \\ \max \{x_3\} \\ x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \le 4 \\ x_1 + x_2 + x_3 \le 1 \end{gathered}$$

- **(2 punti)** determinare il vettore ideale degli obiettivi e le soluzioni ammissibili che lo determinano;
- **(2 punti)** determinare una soluzione di Pareto utilizzando il metodo dei pesi, con pesi diversi da zero;
- **(1 punto)** dire se la soluzione trovata è una soluzione debole di Pareto;
- **(1 punto)** dire se la soluzione trovata è una soluzione globale di Pareto.

Esercizio 3 (7 punti)
Dato il problema di controllo ottimo:

$$\begin{aligned}
&\min\ \frac{1}{2}\int_0^T \left(4x_1(t)^2 + t^2 x_2(t)^2 + e^{-t}u(t)^2\right) dt\\
&\dot{x}_1(t) = \frac{2}{t+1}x_2(t)\\
&\dot{x}_2(t) = x_3(t)\\
&\dot{x}_3(t) = -x_1(t) - tx_2(t) + (t+1)x_3(t) + u(t)\\
&x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 1
\end{aligned}$$

- **(3 punti)** scrivere le condizioni di ottimalità del principio del massimo;
- **(2 punti)** scrivere l'equazione differenziale di Riccati;
- **(2 punti)** dire se quando T tende a $+\infty$ l'equazione di Riccati fornisce una soluzione costante.