# Prova d'esame di OTTIMIZZAZIONE dei SISTEMI COMPLESSI

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale - **4$^{\text{o}}$ anno**

(Prof. G. Di Pillo) 12 Dicembre 2006

**Cognome :** **Nome :**

---

**Domanda 1 (11 punti)** Dato il problema di PNL:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & h_j(x) = 0, \quad j = 1, \dots, m \leq n \end{aligned} \tag{P}$$

con $x \in \Re^n$, $f \in C^2$, $h_j \in C^2$, descrivere il metodo di soluzione basato su funzioni Lagrangiane aumentate sequenziali, spiegandone le basi analitiche e motivandone i singoli passi.

**Domanda 2 (7 punti)** Dato il problema lineare quadratico

$$\begin{aligned} \min J \;&=\; \int_0^T (x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)) dt \\ & \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ & x(0) = x_0 \end{aligned}$$

con $x(t) \in \Re^n$, $u(t) \in \Re^m$, $Q \geq 0$, $R > 0$, ricavare le condizioni necessarie di ottimalità.

# Prova d'esame di OTTIMIZZAZIONE dei SISTEMI COMPLESSI

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale - **4° anno**

(Prof. G. Di Pillo) 12 Dicembre 2006

**Cognome :** **Nome :**

---

**Esercizio 1 (7 punti)**
Sia dato il problema di PNL:

$$\begin{aligned} \max \;\; & (x_1-1)^2 + x_2^2 \\ & 0 \le x_1 \le 1 \\ & 0 \le x_2 \le x_1^2 \end{aligned} \tag{P}$$

- **(1 punto)** Dire se il problema ammette sicuramente una soluzione globale, motivando la risposta.
- **(1 punti)** Dire se il problema è convesso.
- **(1 punti)** Determinare gli eventuali punti di non regolarità dell'insieme ammissibile.
- **(4 punti)** Determinare 2 punti che soddisfano le condizioni necessarie di Fritz-John e i corrispondenti moltiplicatori, sapendo che nel primo punto non sono attivi i vincoli $0 \le x_1$ e $0 \le x_2$, e nel secondo punto non è attivo il vincolo $x_1 \le 1$.

**Esercizio 2 (7 punti)**
Sia dato il seguente problema multiobiettivo

$$\begin{aligned} \max \;\; & (y-2x, x-y)^\top \\ & x^2+y^2 \ge 1 \\ & x^2+y^2 \le 4 \\ & x \ge 0, \;\; y \ge 0 \end{aligned} \tag{MOP}$$

- **(2 punto)** Dire se il problema (MOP) è convesso motivando la risposta.
- **(2 punti)** Determinare per via grafica il vettore ideale degli obiettivi.
- **(3 punti)** Determinare almeno una soluzione di Pareto distinta dai punti $(2,0)^\top$ e $(0,2)^\top$ utilizzando il metodo degli $\epsilon$-vincoli e risolvendo graficamente il problema scalarizzato.

**Esercizio 3 (7 punti)**
Per il problema di controllo ottimo con $T$ fissato:

$$
\begin{aligned}
\min \qquad & \frac{1}{2}\int_0^T (x_1(t)^2 + x_2(t)^2 + u(t)^2)dt \\
& \dot{x}_1(t) = \quad x_2(t) \\
& \dot{x}_2(t) = \quad x_2(t) + x_3(t) \\
& \dot{x}_3(t) = -x_1(t) - x_2(t) + u(t)^2 \\
& x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 0 \\
& x_1(T) = x_2(T) = 1 \\
& 0 \leq u(t) \leq 1
\end{aligned}
$$

- **(1 punto)** scrivere la funzione Hamiltoniana.
- **(3 punto)** Scrivere le equazioni di costato.
- **(2 punti)** Scrivere le condizioni necessarie di ottimo date dal principio del massimo.
- **(1 punti)** Scrivere la condizione necessaria aggiuntiva per il caso $T$ libero.