Prova d'esame di OTTIMIZZAZIONE dei SISTEMI COMPLESSI

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **4^{o} anno**

(Prof. G. Di Pillo)

Cognome : **Nome** :

Domanda 1. (**11 punti**) Dato il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & J = \psi(x(T)) + \int_0^T l(x(t), u(t))dt \\ & \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ & x(0) = x_0 \end{aligned}$$

con T fissato, enunciare e dimostrare le condizioni necessarie di ottimalità del principio del massimo. Dire inoltre quale modifica interviene se T è libero.

Domanda 2.(**7 punti**) Dato il problema lineare quadratico

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & h_j(x) = 0, \quad j = 1, \dots, m \leq n \end{aligned} \tag{1}$$

descrivere il metodo di soluzione basato su funzioni lagrangiane aumentate sequenziali, spiegandone le basi analitiche e motivandone i singoli passi.

Prova d'esame di OTTIMIZZAZIONE dei SISTEMI COMPLESSI- Compito A

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **4° anno**

(Prof. G. Di Pillo)

Cognome : **Nome** :

Esercizio 1. (**7 punti**) Dato il problema di PNL

$$\begin{array}{ll} \min & x_1 + x_2 \\ & x_1^2 \geq x_2 \\ & x_1 \geq 0 \\ & x_2 \geq 0 \end{array}$$

(i) (**1 punto**) Discutere quali condizioni necessarie di ottimalità è opportuno utilizzare.

(ii) (**4 punti**) Determinare almeno tre soluzioni diverse per le condizioni di ottimalità.

(iii) (**2 punti**) Verificare se per le soluzioni trovate sono soddisfatte le condizioni sufficienti.

Esercizio 2. (**7 punti**)Sia dato il problema multiobiettivo (P) seguente

$$\begin{array}{ll} \min & \left((x_1-1)^2 + (x_2-2.5)^2 + \frac{3}{2}x_2,\ x_1\right)^\top \\ & x_1 - x_2 \leq 0 \\ & x_1 \geq 0 \\ & x_2 \leq 2. \end{array}$$

- (P) è un problema convesso ?
- Scrivere il problema che si ottiene usando il metodo dei pesi con $c_1 = 0.4$ e $c_2 = 0.6$.
- Risolvere analiticamente il problema così ottenuto. (N.B. tutti i punti ammissibili sono di regolarità per i vincoli; il vincolo $x_1 - x_2 \leq 0$ risulta certamente NON attivo all'ottimo).

Esercizio 3. (**7 punti**) Per il problema dell'esercizio 1 scrivere in forma esplicita

(i) (**2 punti**) una funzione di penalità sequenziale esterna.

(ii) (**2 punti**) una funzione di penalità sequenziale interna (o di barriera).

(iii) (**3 punti**) la funzione Lagrangiana aumentata sequenziale.

Prova d'esame di OTTIMIZZAZIONE dei SISTEMI COMPLESSI- Compito B

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **4^o^ anno**

(Prof. G. Di Pillo)

Cognome : **Nome** :

Esercizio 1. (**7 punti**) Dato il problema di PNL

$$\begin{array}{ll} \min & x_1 + x_2 \\ & x_2^2 \geq x_1 \\ & x_1 \geq 0 \\ & x_2 \geq 0 \end{array}$$

(i) (**1 punto**) Discutere quali condizioni necessarie di ottimalità è opportuno utilizzare.

(ii) (**4 punti**) Determinare almeno tre soluzioni diverse per le condizioni di ottimalità.

(iii) (**2 punti**) Verificare se per le soluzioni trovate sono soddisfatte le condizioni sufficienti.

Esercizio 2. (**7 punti**) Sia dato il problema multiobiettivo (P) seguente

$$\min \quad \left((x_1-2)^2 + (x_2-3)^2 + \tfrac{7}{3}x_1,\ x_2\right)^\top$$

$$\begin{array}{l} x_1 - x_2 \leq 0 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \leq 2. \end{array}$$

- (P) è un problema convesso ?
- Determinare un punto di KKT del problema

$$\min \quad 0.3\left((x_1-2)^2 + (x_2-3)^2 + \tfrac{7}{3}x_1\right) + 0.7(x_2)$$

$$\begin{array}{l} x_1 - x_2 \leq 0 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \leq 2, \end{array}$$

  sapendo che tutti i punti ammissibili sono di regolarità per i vincoli e che il vincolo $x_1 - x_2 \leq 0$ risulta certamente NON attivo all'ottimo.
- Cosa è possibile affermare del punto così ottenuto riguardo al problema multiobiettivo (P) originario ?

Esercizio 3. (**7 punti**) Per il problema dell'esercizio 1 scrivere in forma esplicita

(i) (**2 punti**) una funzione di penalità sequenziale esterna.

(ii) (**2 punti**) una funzione di penalità sequenziale interna (o di barriera).

(iii) (**3 punti**) la funzione Lagrangiana aumentata sequenziale.