Prova d'esame di OTTIMIZZAZIONE dei SISTEMI COMPLESSI

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **4º anno**

(Prof. G. Di Pillo)

Cognome : **Nome** :

Domanda 1. (**11 punti**) Dato il problema:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & g_i(x) \le 0, \quad i = 1, \dots, p \\ & h_j(x) = 0, \quad j = 1, \dots, m \le n \end{aligned} \tag{1}$$

con $x \in \Re^n$, $f \in C^2$, $g_i \in C^2$, $h_j \in C^2$, enunciare e dimostrare le condizioni sufficienti del secondo ordine.

Domanda 2.(**7 punti**) Dato il problema lineare quadratico

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & h_j(x) = 0, \quad j = 1, \dots, m \le n \end{aligned} \tag{2}$$

descrivere il metodo di soluzione basato su funzioni lagrangiane aumentate sequenziali, spiegandone le basi analitiche e motivandone i singoli passi.

Prova d'esame di OTTIMIZZAZIONE dei SISTEMI COMPLESSI- Compito A

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **4^o anno**

(Prof. G. Di Pillo)

Cognome : **Nome** :

Esercizio 1. (**7 punti**) Dato il problema di PNL

$$\begin{array}{ll} \min & x_1 - x_2 \\ & (x_1-2)^2 + (x_2-2)^2 \le 4 \\ & (x_1-4)^2 + (x_2-4)^2 \le 4 \end{array}$$

(i) (**1 punto**) Dire se è un problema convesso.

(ii) (**5 punti**) Determinare i punti che soddisfano le condizioni necessarie di Fritz-John.

(iii) (**1 punti**) Determinare la soluzione globale del problema, motivandone l'esistenza.

Esercizio 2. (**7 punti**) Sia dato il problema multiobiettivo (P) seguente

$$\begin{array}{ll} \min & \left(x_1 + x_2,\ (x_1-3)^2 + (x_2-2)^2\right)^\top \\ & (x_1-2)^2 + x_2^2 \le 4 \\ & x_1 \le 2 \\ & x_2 \ge 0. \end{array}$$

(i) (**3 punti**) Determinare graficamente il vettore ideale degli obiettivi z^{id} per il problema (P).

(ii) (**3 punti**) Determinare un punto di KKT del problema

$$\begin{array}{ll} \min & 0.7(x_1 + x_2) + 0.3\left((x_1-3)^2 + (x_2-2)^2\right) \\ & (x_1-2)^2 + x_2^2 \le 4 \\ & x_1 \le 2 \\ & x_2 \ge 0, \end{array}$$

sapendo che tutti i punti ammissibili sono di regolarità per i vincoli e che il vincolo $(x_1-2)^2 + x_2^2 \le 4$ risulta certamente NON attivo all'ottimo.

(iii) (**1 punti**) Cosa è possibile affermare del punto così ottenuto riguardo al problema multiobiettivo (P) originario ?

Esercizio 3. (**7 punti**) Per il problema di controllo otimo

$$
\begin{array}{ll}
\min & \frac{1}{2}\int_0^T (x_1(t)^2 + x_2(t)^2 + u(t)^2)dt \\
 & \dot{x_1}(t) = x_2(t) \\
 & \dot{x_2}(t) = x_3(t) \\
 & \dot{x_3}(t) = -x_1(t) - x_2(t) + sin(u(t)) \\
 & x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) \\
 & x_1(T) = x_2(T) = 1 \\
 & -\frac{\pi}{2} \leq u(t) \leq \frac{\pi}{2}
\end{array}
$$

(i) (**2 punti**) Scrivere la funzione Hamiltoniana.

(i) (**3 punti**) Scrivere le equazioni di costato.

(iii) (**2 punti**)Scrivere la condizione necessaria di ottimo data dal principio del massimo.

Prova d'esame di OTTIMIZZAZIONE dei SISTEMI COMPLESSI- Compito B

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **4º anno**

(Prof. G. Di Pillo)

Cognome : **Nome** :

Esercizio 1. (**7 punti**) Dato il problema di PNL

$$\begin{array}{ll} \max & x_1 - x_2 \\ & (x_1-2)^2 + (x_2-2)^2 \leq 4 \\ & (x_1-4)^2 + (x_2-4)^2 \leq 4 \end{array}$$

(i) (**1 punto**) Dire se è un problema convesso.
(ii) (**5 punti**) Determinare i punti che soddisfano le condizioni necessarie di Fritz-John.
(iii) (**1 punti**) Determinare la soluzione globale del problema, motivandone l'esistenza.

Esercizio 2. (**7 punti**) Sia dato il problema multiobiettivo (P) seguente

$$\begin{array}{ll} \min & \left(x_1 + x_2,\ (x_1-2.5)^2 + (x_2-1)^2\right)^\top \\ & (x_1-2)^2 + x_2^2 \leq 4 \\ & x_1 \leq 2 \\ & x_2 \geq 0. \end{array}$$

(i) (**3 punti**) Determinare graficamente il vettore ideale degli obiettivi z^{id} per il problema (P).
(ii) (**1 punti**) Scrivere il problema che si ottiene usando il metodo dei pesi con $c_1 = 0.6$ e $c_2 = 0.4$.
(iii) (**3 punti**) Risolvere analiticamente il problema così ottenuto. (N.B. tutti i punti ammissibili sono di regolarità per i vincoli; il vincolo $(x_1-2)^2 + x_2^2 \leq 4$ risulta certamente NON attivo all'ottimo).

Esercizio 3. (**7 punti**) Per il problema di controllo ottimo

$$\begin{array}{ll} \min & \frac{1}{2}\int_0^T (x_1(t)^2 + x_2(t)^2 + u(t)^2)dt \\ & \dot{x_1}(t) = x_2(t) \\ & \dot{x_2}(t) = x_3(t) \\ & \dot{x_3}(t) = -x_1(t) - x_2(t) + sin(u(t)) \\ & x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 0 \\ & x_1(T) = x_3(T) = 1 \\ & 0 \leq u(t) \leq \pi \end{array}$$

(i) (**2 punti**) Scrivere la funzione Hamiltoniana.

(i) (**3 punti**) Scrivere le equazioni di costato.

(iii) (**2 punti**)Scrivere la condizione necessaria di ottimo data dal principio del massimo.