

**ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito A**

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – 2° anno

Cognome :

Nome :

**VALUTAZIONE**

Per gli esercizi 1,2,3,4 le risposte CORRETTE valgono 1 PUNTO e quelle SBAGLIATE -0.5 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Per gli esercizi 5,6,7 le risposte CORRETTE valgono 0,25 PUNTI e quelle SBAGLIATE -0.25 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

**Esercizio 1.** (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min f(x_1, x_2, x_3) = \frac{3}{2}x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_2^2 - x_3^2 + x_1 + 2x_2 + x_3$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è coerciva.

 VERO

 FALSO

2. Il punto  $(0 \ -\frac{1}{2} \ \frac{1}{2})$  soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine.

 VERO

 FALSO

3. Il punto  $(0 \ -\frac{1}{2} \ \frac{1}{2})$  è un minimo globale.

 VERO

 FALSO

4. La direzione  $d = (-1, \ -2, \ 1)^T$  è di discesa in  $\hat{x} = (0, \ 0, \ 1)^T$ .

 VERO

 FALSO

5. Nel punto  $\hat{x} = (0, \ 0, \ 1)^T$ , il passo  $\alpha = \frac{1}{2}$  soddisfa una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente con il parametro  $\gamma = \frac{1}{4}$ .

 VERO

 FALSO
**Esercizio 2** (*Punteggio massimo = 5*)

Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{2}(x_2 - 2)^2 \\ & x_1^2 + x_2^2 = 1 \\ & x_1 \geq 0 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema è convesso.

VERO

FALSO

2. Il punto  $\bar{x} = (0, 1)^T$  è un punto di regolarità.

VERO

FALSO

3. Il punto  $\bar{x} = (0, -1)^T$  soddisfa le condizioni di KKT.

VERO

FALSO

4. Nel punto  $\bar{x} = (0, -1)^T$  sono soddisfatte le condizioni necessarie del secondo ordine.

VERO

FALSO

5. Se nel secondo membro del primo vincolo si pone  $1 + \epsilon$  con  $\epsilon > 0$  il valore ottimo della funzione obiettivo migliora.

VERO

FALSO

**Esercizio 3.** (Punteggio massimo = 5) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\min 8x_1 + 4x_2 - 2x_3$$

$$2x_1 - 2x_2 - x_3 = 1$$

$$x_1 + x_2 - x_3 = 1$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$$

Si indichi con  $x^*$  la soluzione ottima di tale problema e sia  $\bar{x} = (3 \ 1 \ 3)^T$ .

1. Il problema

$$\max u_1 + u_2$$

$$2u_1 + u_2 \leq 8$$

$$-2u_1 + u_2 \leq 4$$

$$-u_1 - u_2 \leq -2$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO

FALSO

2. Il punto  $\bar{u} = (0, 2)^T$  è ammissibile per il duale e si ha  $c^T x^* \geq 2$ .

VERO

FALSO

3. Il punto  $u^1 = (5, 5)^T$  è ammissibile per il problema duale e si ha  $b^T u^* \geq 10$ .

VERO

FALSO

4. Esiste una soluzione ottima  $u^*$  per il duale e il valore ottimo della funzione obiettivo del problema primale si trova nell'intervallo  $[2, 22]$ .

VERO

FALSO

5. Il punto  $x^* = (\frac{3}{4} \ \frac{1}{4} \ 0)^T$  è ottimo per il primale ed esiste una soluzione ottima per il duale.

VERO

FALSO

**Esercizio 4.**(Punteggio massimo = 3)

1. Si supponga di avere un problema in cui le variabili di decisione sono  $x_{ij}$ ,  $i \in S$ ,  $j \in T$  dove  $S$  e  $T$  sono due insiemi. In AMPL la seguente dichiarazione di insiemi e variabili è corretta:

```

var x{i in S, j in T};
set S;
set T;

```

 VERO

 FALSO

2. Si supponga di avere nel file .mod la seguente dichiarazione di parametri:

```

set S;
set T;
param p{S, T};

```

dove l'insieme  $S$  è costituito dagli elementi  $S1, S2, S3$  e l'insieme  $T$  è costituito dagli elementi  $T1, T2$  e dove il parametro  $p$  assume i valori riportati in tabella:

p	T1	T2
S1	3	2
S2	4	5
S3	1	7

Allora una possibile assegnazione del parametro  $p$  nel file.dat è la seguente:

```

set S:= S1 S2 S3;
set T:= T1 T2;
param p:= S1 S2 S3 T1 T2 3 2 4 5 1 7;

```

 VERO

 FALSO

3. Si assuma che siano stati dichiarati correttamente i due insiemi  $S$  e  $T$ , le variabili ed il parametro  $p$ . Si supponga di voler tradurre in AMPL il vincolo:

$$\sum_{i \in S} x_{ij} \leq \sum_{i \in S} p_{ij}, j \in T$$

La traduzione seguente è corretta:

```

s.t. vinc1{i in S, j in T}:p[i,j]*x[i,j]<=1;

```

 VERO

 FALSO

### Esercizio 5.(Punteggio massimo = 1)

Dato un problema di minimizzazione non vincolata

$$\min_{R^n} f(x)$$

ed un punto  $\bar{x}$  tale che  $\nabla f(\bar{x}) \neq 0$ . Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se  $\nabla^2 f(\bar{x}) \succ 0$  il punto  $\bar{x}$  è un minimo locale

 VERO

 FALSO

2. Il punto  $\bar{x}$  NON è minimo né massimo locale

 VERO

 FALSO

3. Nel punto  $\bar{x}$  la direzione  $d = -\nabla f(\bar{x})$  è di discesa.

 VERO

 FALSO

4. Esiste un valore  $\alpha_{\max}$  e una  $d$  tali che  $f(\bar{x} + \alpha d) < f(\bar{x})$  per ogni  $\alpha \in (0, \alpha_{\max})$

VERO

FALSO

**Esercizio 6.** (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & g(x) \leq 0 \end{aligned}$$

con  $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ . Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se la funzione obiettivo è continua e l'insieme ammissibile è chiuso e limitato, il problema ammette sempre un minimo globale

VERO

FALSO

2. Se  $f(x)$  è lineare e  $g_j(x)$  sono lineari per ogni  $j = 1, \dots, m$ , allora il problema è strettamente convesso.

VERO

FALSO

3. Se  $x^*$  non è un punto regolare, allora  $x^*$  non può essere un minimo.

VERO

FALSO

4. In un punto  $x^*$  che soddisfa le condizioni necessarie di KKT, i vincoli strettamente attivi sono quelli per cui risulta  $g_j(x^*) = 0$  e  $\lambda_j^* = 0$ .

VERO

FALSO

**Esercizio 7.** (Punteggio massimo = 1) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ & Ax \geq b \end{aligned}$$

con  $A$  matrice  $m \times n$  e  $x \in \mathbb{R}^n$  e si indichi con  $x^*$  la soluzione ottima, se esiste.

1. Il corrispondente problema duale è

$$\begin{aligned} \max \quad & b^T u \\ & A^T u = c \\ & u \geq 0 \end{aligned}$$

dove  $u \in \mathbb{R}^m$ .

VERO

FALSO

2. Se il problema primale ammette soluzione ottima finita, allora anche il problema duale ammette soluzione ottima finita.

VERO

FALSO

3. Se  $\bar{x}$  è un punto tale che  $A\bar{x} \geq b$ , allora  $c^T \bar{x} \geq c^T x^*$ .

VERO

FALSO

4. Se il problema duale è non vuoto, allora il primale o ammette soluzione ottima finita oppure ha insieme ammissibile vuoto.

VERO

FALSO

**ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito B**

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – 2° anno

Cognome :

Nome :

**VALUTAZIONE**

Per gli esercizi 1,2,3,4 le risposte CORRETTE valgono 1 PUNTO e quelle SBAGLIATE -0.5 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Per gli esercizi 5,6,7 le risposte CORRETTE valgono 0,25 PUNTI e quelle SBAGLIATE -0.25 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

**Esercizio 1.** (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min f(x_1, x_2, x_3) = \frac{3}{2}x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_2^2 + x_3^2 + x_1 + 2x_2 + x_3$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è coerciva.

 VERO

 FALSO

2. Il punto  $(0 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2})$  soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine.

 VERO

 FALSO

3. Il punto  $(0 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2})$  è un minimo globale.

 VERO

 FALSO

4. La direzione  $d = (-1, -2, -3)^T$  è di discesa in  $\hat{x} = (0, 0, 1)^T$ .

 VERO

 FALSO

5. Nel punto  $\hat{x} = (0, 0, 1)^T$ , il passo  $\alpha = \frac{1}{2}$  soddisfa una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente con il parametro  $\gamma = \frac{1}{6}$ .

 VERO

 FALSO
**Esercizio 2**(*Punteggio massimo = 5*)

Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min & \frac{1}{2}(x_1 - 2)^2 + \frac{1}{2}x_2^2 \\ & x_1^2 + x_2^2 = 1 \\ & x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema ammette soluzione globale (rispondere utilizzando il teorema di Weierstrass)
 

VERO	FALSO
------	-------
2. Il punto  $\bar{x} = (1, 0)^T$  soddisfa le condizioni di KKT.
 

VERO	FALSO
------	-------
3. Il punto  $\bar{x} = (1, 0)^T$  soddisfa la condizione di stretta complementarità.
 

VERO	FALSO
------	-------
4. Il punto  $\bar{x} = (1, 0)^T$  soddisfa le condizioni necessarie del 2° ordine.
 

VERO	FALSO
------	-------
5. Se nel secondo membro del primo vincolo si pone  $1 + \epsilon$  con  $\epsilon < 0$  il valore ottimo della funzione obiettivo migliora.
 

VERO	FALSO
------	-------

**Esercizio 3.** (Punteggio massimo = 5) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned}
 \min \quad & 8x_1 + 4x_2 + 2x_3 \\
 & 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 2 \\
 & x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\
 & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.
 \end{aligned}$$

Si indichi con  $x^*$  la soluzione ottima di tale problema e sia  $\bar{x} = (2 \ 1 \ 0)^T$ .

1. Il problema

$$\begin{aligned}
 \max \quad & 2u_1 + 3u_2 \\
 & 2u_1 + u_2 \leq 8 \\
 & -2u_1 + u_2 \leq 4 \\
 & u_1 + u_2 \leq 2
 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

- |      |       |
|------|-------|
| VERO | FALSO |
|------|-------|
2. Il punto  $\bar{u} = (0, -2)^T$  è ammissibile per il duale e si ha  $c^T x^* \geq -6$ .
 

VERO	FALSO
------	-------
  3. Il punto  $u^1 = (6, 0)^T$  è ammissibile per il problema duale e si ha  $b^T u^* \geq 12$ .
 

VERO	FALSO
------	-------
  4. Esiste una soluzione ottima  $u^*$  per il duale e il valore ottimo della funzione obiettivo del problema primale si trova nell'intervallo  $[-6, 20]$ .
 

VERO	FALSO
------	-------
  5. Il punto  $x^* = (0 \ \frac{1}{3} \ \frac{8}{3})^T$  è ottimo per il primale ed esiste una soluzione ottima per il duale.
 

VERO	FALSO
------	-------

**Esercizio 4.** (Punteggio massimo = 3)

1. Si supponga di avere un problema in cui le variabili di decisione sono  $x_{ij}$ ,  $i \in S$ ,  $j \in T$  dove  $S$  e  $T$  sono due insiemi. In AMPL la seguente dichiarazione di variabili è corretta:

```

set S;
set T;
var x{S,T};

```

2. Si supponga di avere nel file .mod la seguente dichiarazione di parametri:

```
set S;
set T;
param p{S, T};
```

dove l'insieme  $S$  è costituito dagli elementi  $S1, S2$  e l'insieme  $T$  è costituito dagli elementi  $T1, T2$  e dove il parametro  $p$  assume i valori riportati in tabella:

p	T1	T2
S1	1	3
S2	3	5

Allora una possibile assegnazione del parametro  $p$  nel file.dat è la seguente:

```
set S:= S1 S2;
set T:= T1 T2;
param p:= T1 T2 S1 1 3 S2 3 5;
```

3. Si assuma che siano stati dichiarati correttamente i due insiemi  $S$  e  $T$ , le variabili ed il parametro  $p$ . Si supponga di voler tradurre in AMPL il vincolo:

$$\sum_{j \in T} x_{ij} \leq \sum_{j \in T} p_{ij}, \quad i \in S$$

La traduzione seguente è corretta:

s.t. vinc1{i in S}:sum{j in T}x[i,j]<=sum{j in T}p[i,j];

### Esercizio 5 (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema di minimizzazione non vincolata

$$\min_{R^n} f(x).$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se  $f(x)$  è convessa, esiste sempre una soluzione al problema  $\min_{R^n} f(x)$ .

2. Se  $\nabla f(\bar{x}) = 0$  e  $f(x)$  è convessa, il punto  $\bar{x}$  è minimo globale

3. Se  $\nabla f(\bar{x}) = 0$  allora nel punto  $\bar{x}$  NON può esistere una direzione di discesa.

4. Il metodo di Newton puro può non convergere se non si sceglie opportunamente il punto iniziale

**Esercizio 6.** (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & g(x) \leq 0 \end{aligned}$$

con  $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ . Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se la funzione obiettivo è continua e l'insieme ammissibile è chiuso, il problema ammette sempre un minimo globale

VERO

FALSO

2. Se  $f(x)$  è lineare e  $g_j(x)$  sono strettamente convessi per ogni  $j = 1, \dots, m$ , allora il problema è strettamente convesso.

VERO

FALSO

3. Se  $x^*$  non è un punto regolare, allora  $x^*$  può essere un minimo.

VERO

FALSO

4. In un punto  $x^*$  che soddisfa le condizioni necessarie di KKT, i vincoli strettamente attivi sono quelli per cui risulta  $g_j(x^*) = 0$  e  $\lambda_j^* > 0$ .

VERO

FALSO

**Esercizio 7.** (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \max \quad & c^T x \\ & Ax \leq b \end{aligned}$$

con  $A$  matrice  $m \times n$  e  $x \in \mathbb{R}^n$  e si indichi con  $x^*$  la soluzione ottima, se esiste.

1. Il corrispondente problema duale è

$$\begin{aligned} \max \quad & b^T u \\ & A^T u = c \\ & u \geq 0 \end{aligned}$$

dove  $u \in \mathbb{R}^m$ .

VERO

FALSO

2. Se il problema primale ammette soluzione ottima finita, non si può concludere nulla sull'esistenza della soluzione del problema duale.

VERO

FALSO

3. Se  $\bar{x}$  è un punto tale che  $A\bar{x} \leq b$ , allora  $c^T \bar{x} \geq c^T x^*$ .

VERO

FALSO

4. Se il problema primale è non vuoto, allora il duale o ammette soluzione ottima finita oppure ha insieme ammissibile vuoto.

VERO

FALSO

**ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito C**

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – 2° anno

Cognome :

Nome :

**VALUTAZIONE**

Per gli esercizi 1,2,3,4 le risposte CORRETTE valgono 1 PUNTO e quelle SBAGLIATE -0.5 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Per gli esercizi 5,6,7 le risposte CORRETTE valgono 0,25 PUNTI e quelle SBAGLIATE -0.25 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

**Esercizio 1.** (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min f(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 2x_3x_2 + 2x_2^2 + \frac{3}{2}x_3^2 + x_1 + 2x_2 + x_3$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è coerciva.

 VERO FALSO2. Il punto  $(\frac{1}{2} \ - \ \frac{1}{2} \ 0)$  soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine. VERO FALSO3. Il punto  $(\frac{1}{2} \ - \ \frac{1}{2} \ 0)$  è un minimo globale. VERO FALSO4. La direzione  $d = (1, \ -2, \ -1)^T$  è di discesa in  $\hat{x} = (1, \ 0, \ 0)^T$ . VERO FALSO5. Nel punto  $\hat{x} = (1, \ 0, \ 0)^T$ , il passo  $\alpha = \frac{1}{3}$  soddisfa una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente con il parametro  $\gamma = \frac{1}{6}$ . VERO FALSO**Esercizio 2**(*Punteggio massimo = 5*)

Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{2}(x_2 - 2)^2 \\ & x_1^2 + x_2^2 = 1 \\ & x_1 \geq 0 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema non è convesso.
 

VERO	FALSO
------	-------
2. Il punto  $\bar{x} = (0, -1)^T$  è un punto di regolarità.
 

VERO	FALSO
------	-------
3. Il punto  $\bar{x} = (0, 1)^T$  soddisfa le condizioni di KKT.
 

VERO	FALSO
------	-------
4. Nel punto  $\bar{x} = (0, 1)^T$  sono soddisfatte le condizioni sufficienti del secondo ordine.
 

VERO	FALSO
------	-------
5. Se nel secondo membro del primo vincolo si pone  $1 + \epsilon$  con  $\epsilon < 0$  il valore ottimo della funzione obiettivo migliora.
 

VERO	FALSO
------	-------

**Esercizio 3.** (Punteggio massimo = 5) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned}
 \min \quad & 8x_1 + 4x_2 - 2x_3 \\
 & 2x_1 - 2x_2 - x_3 \geq 3 \\
 & x_1 + x_2 - x_3 \geq 3 \\
 & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.
 \end{aligned}$$

Si indichi con  $x^*$  la soluzione ottima di tale problema e sia  $\bar{x} = (5 \ 0 \ 0)^T$ .

1. Risulta  $c^T x^* \geq 40$ .
 

VERO	FALSO
------	-------
2. Il problema
 

$  \begin{aligned}  \max \quad & 3u_1 + 3u_2 \\  & 2u_1 + u_2 \leq 8 \\  & -2u_1 + u_2 \leq 4 \\  & -u_1 - u_2 \leq -2 \\  & u_1 \geq 0, u_2 \geq 0  \end{aligned}  $
---

 corrisponde ad un possibile problema duale per (P).
 

VERO	FALSO
------	-------
3. Il punto  $\bar{u} = (0, 4)^T$  è ammissibile per il problema duale e si ha  $c^T x^* \geq 12$ .
 

VERO	FALSO
------	-------
4. Il punto  $x^* = (\frac{9}{4}, \frac{3}{4}, 0)^T$  è ottimo per il primale ed esiste una soluzione ottima per il duale (utilizzare le condizioni di complementarità).
 

VERO	FALSO
------	-------
5. Il primale è illimitato inferiormente.
 

VERO	FALSO
------	-------

**Esercizio 4.** (Punteggio massimo = 3)

1. Si supponga di avere un problema in cui le variabili di decisione sono  $x_{ij}$ ,  $i \in S$ ,  $j \in T$  dove  $S$  e  $T$  sono due insiemi. Si ha inoltre che tutte le variabili  $x_{ij}$  devono essere non negative. In AMPL la seguente dichiarazione di variabili è corretta:

```

set S;
set T;
var x{i in S}>=0;
var x{j in T}>=0;

```

 VERO

 FALSO

2. Si supponga di avere nel file .mod la seguente dichiarazione di parametri:

```

set S;
set T;
param p{T};

```

dove l'insieme  $S$  è costituito dagli elementi  $S1, S2, S3$  e l'insieme  $T$  è costituito dagli elementi  $T1, T2$  e dove il parametro  $p$  assume i valori riportati in tabella:

	p
T1	2
T2	3

Allora una possibile assegnazione del parametro  $p$  nel file.dat è la seguente:

```

set S:= S1 S2 S3;
set T:= T1 T2;
param p:=
    S1 6
    S2 1
    S3 11;

```

 VERO

 FALSO

3. Si assuma che siano stati dichiarati correttamente i due insiemi  $S$  e  $T$ , le variabili ed il parametro  $p$ . Si supponga di voler tradurre in AMPL il vincolo:

$$\sum_{i \in S} x_{ij} \leq p_j, j \in T$$

La traduzione seguente è corretta:

```
s.t. vinc1:sum{i in S, j in T}x[i,j]<=p[j];
```

 VERO

 FALSO

### Esercizio 5 (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema di minimizzazione non vincolata

$$\min_{R^n} f(x)$$

rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se  $\nabla f(\bar{x}) = 0$  e  $\nabla^2 f(\bar{x}) \prec 0$  il punto  $\bar{x}$  è un massimo locale

 VERO

 FALSO

2. Se  $\nabla f(\bar{x}) \neq 0$ , in mancanza di ulteriori informazioni, non è possibile affermare che il punto  $\bar{x}$  NON è minimo locale

 VERO

 FALSO

3. Se  $d$  è una direzione di discesa in  $\bar{x}$ , allora esiste un valore  $\alpha_{\max}$  tale che  $f(\bar{x} + \alpha d) < f(\bar{x})$  per ogni  $\alpha \in (0, \alpha_{\max})$

VERO

FALSO

4. Il metodo di Newton puro è globalmente convergente

VERO

FALSO

**Esercizio 6.** (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & g(x) \leq 0 \end{aligned}$$

con  $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ . Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se la funzione obiettivo è continua e l'insieme ammissibile non è compatto, il problema sicuramente NON ammette un minimo globale

VERO

FALSO

2. Se  $f(x)$  è convessa e  $g_j(x)$  sono convesse per ogni  $j = 1, \dots, m$  ogni minimo locale è globale.

VERO

FALSO

3. Se  $x^*$  è un punto ammissibile e regolare e NON esiste un  $\lambda^* \geq 0$  tale che  $\nabla f(x^*) + \nabla g(x^*)\lambda^* = 0$  allora  $x^*$  sicuramente NON è un minimo

VERO

FALSO

4. Una funzione Lagrangiana aumentata per questo problema è

$$f(x) + \sum_{j=1}^p \lambda_j g_j(x) + \frac{1}{\epsilon} \sum_{j=1}^p (\max\{g_j(x), 0\})^2.$$

VERO

FALSO

**Esercizio 7.** (Punteggio massimo = 1) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ & Ax = b \end{aligned}$$

con  $A$  matrice  $m \times n$  e  $x \in \mathbb{R}^n$  e si indichi con  $x^*$  la soluzione ottima, se esiste.

1. Il corrispondente problema duale è

$$\begin{aligned} \max \quad & b^T u \\ & A^T u = c \end{aligned}$$

dove  $u \in \mathbb{R}^m$ .

VERO

FALSO

2. Se il problema primale non ammette soluzione ottima finita, allora neanche il problema duale ammette soluzione ottima finita.

VERO

FALSO

3. Se  $\bar{x}$  è un punto tale che  $A\bar{x} = b$ , allora  $c^T \bar{x} \geq c^T x^*$ .

VERO

FALSO

4. Se il problema duale è illimitato, allora anche il primale è illimitato.

VERO

FALSO

**ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito D**

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – 2° anno

Cognome :

Nome :

**VALUTAZIONE**

Per gli esercizi 1,2,3,4 le risposte CORRETTE valgono 1 PUNTO e quelle SBAGLIATE -0.5 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Per gli esercizi 5,6,7 le risposte CORRETTE valgono 0,25 PUNTI e quelle SBAGLIATE -0.25 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

**Esercizio 1.** (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_3x_2 + 2x_2^2 + \frac{3}{2}x_3^2 + x_1 + 2x_2 + x_3$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è coerciva.

 VERO FALSO2. Il punto  $(-\frac{1}{2} \ -\frac{1}{2} \ 0)$  soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine. VERO FALSO3. Il punto  $(-\frac{1}{2} \ -\frac{1}{2} \ 0)$  è un minimo globale. VERO FALSO4. La direzione  $d = (3, \ -2, \ -1)^T$  è di discesa in  $\hat{x} = (1, \ 0, \ 0)^T$ . VERO FALSO5. Nel punto  $\hat{x} = (1, \ 0, \ 0)^T$ , il passo  $\alpha = \frac{1}{4}$  soddisfa una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente con il parametro  $\gamma = \frac{1}{6}$ . VERO FALSO**Esercizio 2** (*Punteggio massimo = 5*)

Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2}(x_1 - 2)^2 + \frac{1}{2}x_2^2 \\ & x_1^2 + x_2^2 = 1 \\ & x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Utilizzando il teorema di Weierstrass non si può concludere nulla sull'esistenza della soluzione.

VERO

FALSO

2. Il punto  $\bar{x} = (-1, 0)^T$  soddisfa le condizioni di KKT.

VERO

FALSO

3. Il punto  $\bar{x} = (-1, 0)^T$  soddisfa la condizione di stretta complementarità.

VERO

FALSO

4. Il punto  $\bar{x} = (-1, 0)^T$  soddisfa le condizioni necessarie del 2° ordine.

VERO

FALSO

5. Se nel secondo membro del primo vincolo si pone  $1 + \epsilon$  con  $\epsilon > 0$  il valore ottimo della funzione obiettivo migliora.

VERO

FALSO

**Esercizio 3.** (Punteggio massimo = 5) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \quad & 8x_1 + 4x_2 + 2x_3 \\ & 2x_1 - 2x_2 + x_3 \geq 4 \\ & x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

Si indichi con  $x^*$  la soluzione ottima di tale problema e sia  $\bar{x} = (4 \ 0 \ 0)^T$ .

1. Risulta  $c^T x^* \leq 32$ .

VERO

FALSO

2. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & 4u_1 + 4u_2 \\ & 2u_1 + u_2 \leq 8 \\ & -2u_1 + u_2 \leq 4 \\ & u_1 + u_2 \leq 2 \\ & u_1 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO

FALSO

3. Il punto  $\bar{u} = (1, 1)^T$  è ammissibile per il problema duale e si ha  $c^T x^* \leq 8$ .

VERO

FALSO

4. Il punto  $x^* = (0, 0, 4)^T$  è ottimo per il primale ed esiste una soluzione ottima per il duale.

VERO

FALSO

5. La funzione obiettivo all'ottimo vale 8.

VERO

FALSO

**Esercizio 4.** (Punteggio massimo = 3)

1. Si supponga di avere un problema in cui le variabili di decisione sono  $x_{ij}$ ,  $i \in S$ ,  $j \in T$  dove  $S$  e  $T$  sono due insiemi. Si ha inoltre che tutte le variabili  $x_{ij}$  devono assumere valori non superiori a 4. In AMPL la seguente dichiarazione di variabili è corretta:

```

set S;
set T;
var x{i in S,j in T}<=4;

```

 VERO

 FALSO

2. Si supponga di avere nel file .mod la seguente dichiarazione di parametri:

```

set S;
set T;
param p{S};

```

dove l'insieme  $S$  è costituito dagli elementi  $S1, S2$  e l'insieme  $T$  è costituito dagli elementi  $T1, T2$  e dove il parametro  $p$  assume i valori riportati in tabella:

	p
S1	7
S2	4

Allora una possibile assegnazione del parametro  $p$  nel file.dat è la seguente:

```

set S:= S1 S2;
set T:= T1 T2;
param p:=
    S1 S2 7 4;

```

 VERO

 FALSO

3. Si assuma che siano stati dichiarati correttamente i due insiemi  $S$  e  $T$ , le variabili ed il parametro  $p$ . Si supponga di voler tradurre in AMPL il vincolo:

$$\sum_{i \in S} x_{ij} \leq p_j, j \in T$$

La traduzione seguente è corretta:

```

s.t. vinc1{i in T}:sum{i in S}x[i,j]<=p[j];

```

 VERO

 FALSO

### Esercizio 5 (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema di minimizzazione non vincolata

$$\min_{R^n} f(x).$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se l'insieme  $\{x \in R^n : f(x) \leq f(x^0)\}$  è compatto, esiste un minimo  $x^*$  tale che  $f(x^*) \leq f(x^0)$

 VERO

 FALSO

2. L'approssimazione quadratica della funzione in un intorno del punto  $\bar{x}$  è

$$f(\bar{x}) + \nabla f(\bar{x})^T (x - \bar{x}) + \frac{1}{2} (x - \bar{x})^T \nabla^2 f(\bar{x}) (x - \bar{x})$$

 VERO

 FALSO

3. Se  $\nabla f(\bar{x}) = 0$  e  $f(x)$  è convessa, il punto  $\bar{x}$  può essere un minimo locale non globale

VERO

FALSO

4. Se  $\nabla f(\bar{x}) \neq 0$  e la matrice  $\nabla^2 f(\bar{x})$  è definita positiva, la direzione di Newton nel punto  $\bar{x}$  è di discesa

VERO

FALSO

**Esercizio 6.** (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & h(x) = 0 \end{aligned}$$

con  $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ . Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se  $f(x)$  è convessa e le funzioni  $h_j(x)$  sono convesse per ogni  $j = 1, \dots, m$ , allora il problema è convesso.

VERO

FALSO

2. Se il problema è convesso, le condizioni di KKT sono necessarie e sufficienti di ottimo globale.

VERO

FALSO

3. Se  $x^*$  è un punto di minimo locale regolare allora deve esistere un  $\mu^*$  tale che  $\nabla f(x^*) + \nabla h(x^*)\mu^* = 0$ .

VERO

FALSO

4. La funzione Lagrangiana per il problema è  $L(x, \lambda) = f(x) + \mu^T h(x)$ .

VERO

FALSO

**Esercizio 7.** (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

con  $A$  matrice  $m \times n$  e  $x \in \mathbb{R}^n$  e si indichi con  $x^*$  la soluzione ottima, se esiste.

1. Il corrispondente problema duale è

$$\begin{aligned} \max \quad & b^T u \\ & A^T u \leq c \end{aligned}$$

dove  $u \in \mathbb{R}^m$ .

VERO

FALSO

2. Se il problema duale non ammette soluzione ottima finita, allora sicuramente anche il problema primale non ammette soluzione ottima.

VERO

FALSO

3. Se  $\bar{x}$  è un punto tale che  $A\bar{x} = b$ ,  $\bar{x} \geq 0$ , allora  $c^T \bar{x} \geq c^T x^*$ .

VERO

FALSO

4. Se il problema primale ha insieme ammissibile vuoto, allora il duale o ammette soluzione ottima finita oppure ha insieme ammissibile vuoto.

VERO

FALSO