

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito A

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – 2° anno

Cognome :

Nome :

VALUTAZIONE

Per gli esercizi 1,2,3,4 le risposte CORRETTE valgono 1 PUNTO e quelle SBAGLIATE -0.5 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Per gli esercizi 5,6,7 le risposte CORRETTE valgono 0,25 PUNTI e quelle SBAGLIATE -0.25 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min f(x_1, x_2) = 6x_1^3 - 3x_1x_2^2 - x_2^2$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è convessa in \mathfrak{R}^2 . VERO FALSO2. Il punto $(0, 0)$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine. VERO FALSO3. E' possibile affermare che il punto $(0, 0)$ non è un minimo locale. VERO FALSO4. La direzione $d = (1, 0)^T$ è di discesa in $\hat{x} = (0, -1)^T$. VERO FALSO5. Nel punto $\hat{x} = (0, -1)^T$, l'approssimazione quadratica della funzione ammette minimo. VERO FALSO**Esercizio 2** (*Punteggio massimo = 5*)

Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min & \frac{1}{2}(x_1 - 4)^2 + \frac{1}{2}(x_2 - 6)^2 \\ & (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 = 4 \\ & x_1 - x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema è convesso.

VERO

FALSO

2. Il punto $\bar{x} = (2 - \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2})^T$ è un punto di regolarità.

VERO

FALSO

3. Il punto $\bar{x} = (2 - \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2})^T$ soddisfa le condizioni di KKT.

VERO

FALSO

4. Nel punto $\bar{x} = (2 - \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2})^T$ sono soddisfatte le condizioni necessarie del secondo ordine.

VERO

FALSO

5. Nel punto $\bar{x} = (2 - \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2})^T$ è soddisfatta la condizione di stretta complementarità.

VERO

FALSO

Esercizio 3. (Punteggio massimo = 5) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \quad & 6x_1 - 30x_2 \\ & -2x_1 - 6x_2 - x_3 = 2 \\ & x_1 - 5x_2 - 3x_3 = 1 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema.

1. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & 2u_1 + u_2 \\ & -2u_1 + u_2 \leq 6 \\ & -6u_1 - 5u_2 \leq -30 \\ & -u_1 - 3u_2 \leq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO

FALSO

2. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & 2u_1 + u_2 \\ & -2u_1 + u_2 \leq 5 \\ & -6u_1 - 5u_2 \leq -30 \\ & -u_1 - 3u_2 \leq 5 \\ & u_1 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO

FALSO

3. Il punto $\bar{u} = (5, 0)^T$ è ammissibile per il duale e si ha $b^T u^* \geq 10$, dove u^* è la soluzione ottima del problema duale, se esiste.

VERO

FALSO

4. Il problema primale è vuoto (utilizzare se necessario la soluzione grafica).

VERO

FALSO

5. Il punto $x^* = (1 \ 0 \ 0)^T$ è ottimo per il primale ed esiste una soluzione ottima per il duale.

VERO

FALSO

Esercizio 4. (Punteggio massimo = 3)

1. Si supponga di avere un problema in cui le variabili di decisione sono x_{ij} , $i \in S$, $j \in T$ dove S e T sono due insiemi, con S ordinato. In AMPL la seguente dichiarazione di insiemi e variabili è corretta:

```
set S ordered;  
set T;  
var x{i in S, j in T};
```

VERO

FALSO

2. Si assuma che siano stati dichiarati correttamente i due insiemi S e T , le variabili ed un parametro p indicizzato su S . Si supponga di voler tradurre in AMPL la funzione obiettivo:

$$\min \sum_{i \in S} p_i \sum_{j \in T} x_{ij}$$

La traduzione seguente è corretta:

```
minimize f{j in T}:sum{i in S, j in  
T}:p[i]*x[i,j];
```

VERO

FALSO

3. Si supponga di avere nel file .mod la seguente dichiarazione di insieme:

```
set S ordered;  
set T;  
var x{i in S, j in T};
```

dove l'insieme S è costituito dagli elementi $S1, S2, S3$ (con questo ordinamento). Allora il vincolo:

$$x[S1, j] \geq x[S3, j], \quad j \in T$$

si può tradurre in AMPL nel seguente modo:

```
s.t. vinc1{j in T}:x[first(S),j]>=x[last(S),j];
```

VERO

FALSO

Esercizio 5. (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema di minimizzazione non vincolata di una funzione quadratica

$$\min_{R^n} \frac{1}{2} x^T Q x + c^T x + d.$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $Q \succeq 0$ la funzione è coerciva

VERO

FALSO

2. Se $Q\bar{x} + c = 0$ il punto \bar{x} può essere minimo locale

VERO

FALSO

3. Una direzione d tale che $(Q\bar{x} + c)^T d = 0$ non può mai essere di discesa

VERO

FALSO

4. Se $Q \succ 0$ Due direzioni $d^1, d^2 \in R^n$ coniugate tra loro sono tali che $d^{1T} Q d^2 = 0$

VERO

FALSO

Esercizio 6. (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & g(x) \leq 0 \end{aligned}$$

con $g : R^n \rightarrow R^m$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $f(x)$ è CONTINUA e le funzioni $g_j(x)$ sono CONVESSE per ogni $j = 1, \dots, m$, allora il problema è convesso

VERO

FALSO

2. Se il problema è convesso, ammette sempre una soluzione globale

VERO

FALSO

3. Se la funzione obiettivo e i vincoli sono lineari, le condizioni necessarie di Karush-Kuhn-Tucker sono necessarie e sufficienti di ottimo

VERO

FALSO

4. Se un punto x^* è minimo locale allora esiste $\lambda^* \geq 0$ tale che

$$\begin{aligned} \nabla L(x^*, \lambda^*) &= 0 \\ d^T \nabla^2 L(x^*, \lambda^*) d &\geq 0 \quad \text{per ogni } d : \nabla g_a(x^*)^T d = 0 \end{aligned}$$

(dove $g_a(x^*)$ indica i vincoli attivi cioè quelli per cui $g_j(x^*) = 0$).

VERO

FALSO

Esercizio 7. (Punteggio massimo = 1) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ & Ax \geq b \end{aligned}$$

con A matrice $m \times n$ e $x \in R^n$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Il problema duale ha solo variabili vincolate in segno.

VERO

FALSO

2. Sia \bar{u} un punto tale che $A^T \bar{u} = c$, $\bar{u} \geq 0$. Allora si ha $c^T x^* \geq b^T \bar{u}$.

VERO

FALSO

3. Se esiste un punto \bar{x} tale che $A\bar{x} \geq b$, allora il problema duale sicuramente non è illimitato.

VERO

FALSO

4. Se \bar{x} è un punto tale che $A\bar{x} \geq b$, allora $c^T \bar{x} \leq c^T x^*$.

VERO

FALSO

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito B

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – 2° anno

Cognome :

Nome :

VALUTAZIONE

Per gli esercizi 1,2,3,4 le risposte CORRETTE valgono 1 PUNTO e quelle SBAGLIATE -0.5 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Per gli esercizi 5,6,7 le risposte CORRETTE valgono 0,25 PUNTI e quelle SBAGLIATE -0.25 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min f(x_1, x_2) = 6x_1^3 - 3x_1x_2^2 - x_2^2$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione non è convessa in
- \mathfrak{R}^2
- .

VERO

FALSO

2. Il punto
- $(-\frac{1}{3}, \sqrt{\frac{2}{3}})$
- soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine.

VERO

FALSO

3. Il punto
- $(-\frac{1}{3}, \sqrt{\frac{2}{3}})$
- è un punto di sella.

VERO

FALSO

4. La direzione
- $d = (3, 0)^T$
- è di discesa in
- $\hat{x} = (0, 1)^T$
- .

VERO

FALSO

5. Nel punto
- $\hat{x} = (0, 1)^T$
- , l'approssimazione quadratica della funzione ammette minimo.

VERO

FALSO

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*)

Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \max \quad & \frac{1}{2}(x_1 - 6)^2 + \frac{1}{2}(x_2 - 4)^2 \\ & (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 = 4 \\ & x_1 - x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema è convesso.

VERO

FALSO

2. Il punto $\bar{x} = (2 - \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2})^T$ è un punto di regolarità.

VERO

FALSO

3. Il punto $\bar{x} = (2 - \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2})^T$ soddisfa le condizioni di KKT.

VERO

FALSO

4. Nel punto $\bar{x} = (2 - \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2})^T$ sono soddisfatte le condizioni necessarie del secondo ordine.

VERO

FALSO

5. Nel punto $\bar{x} = (2 - \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2})^T$ è soddisfatta la condizione di stretta complementarità.

VERO

FALSO

Esercizio 3. (Punteggio massimo = 5) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \quad & 6x_1 - 30x_2 \\ & -2x_1 - 6x_2 + x_3 = 3 \\ & x_1 - 5x_2 + 3x_3 \geq 1 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema.

1. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & 3u_1 + u_2 \\ & -2u_1 + u_2 \leq 6 \\ & -6u_1 - 5u_2 \leq -30 \\ & -u_1 - 3u_2 \leq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO

FALSO

2. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & 3u_1 + u_2 \\ & -2u_1 + u_2 \leq 6 \\ & -6u_1 - 5u_2 \leq -30 \\ & -u_1 - 3u_2 \leq 0 \\ & u_2 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO

FALSO

3. Il punto $\bar{x} = (0, 0, 1)^T$ è ammissibile per il primale e si ha $c^T x^* \leq 0$, dove x^* è la soluzione ottima del problema primale, se esiste.

VERO

FALSO

4. Il problema primale è illimitato (utilizzare la soluzione grafica).

VERO

FALSO

5. Il punto $x^* = (0 \ 0 \ 1)^T$ è ottimo per il primale ed esiste una soluzione ottima per il duale.

VERO

FALSO

Esercizio 4. (Punteggio massimo = 3)

1. Si supponga di avere un problema in cui le variabili di decisione sono x_{ij} , $i \in S$, $j \in T$ dove S e T sono due insiemi. In AMPL la seguente dichiarazione di insiemi e variabili è corretta:

```
set S ordered;  
set T;  
var x{i in S};  
var x{j in T};
```

VERO

FALSO

2. Si assuma che siano stati dichiarati correttamente i due insiemi S e T , le variabili ed un parametro p indicizzato su S . Si supponga di voler tradurre in AMPL la funzione obiettivo:

$$\min \sum_{i \in S} p_i \sum_{j \in T} x_{ij}$$

La traduzione seguente è corretta:

```
minimize f:sum{i in S, j in  
T}:p[i]*x[i,j];
```

VERO

FALSO

3. Si supponga di avere nel file `.mod` la seguente dichiarazione di insiemi e variabili:

```
set S ordered;  
set T;  
var x{i in S, j in T};
```

dove l'insieme S è costituito dagli elementi $S1, S2, S3$ (con questo ordinamento). Allora il vincolo:

$$x[S1, j] \geq x[S3, j], \quad j \in T$$

si traduce in AMPL nel seguente modo:

```
s.t. vinc1{j in T}:x[last(S),j]>=x[first(S),j];
```

VERO

FALSO

Esercizio 5. (Punteggio massimo = 1) Dato un problema di minimizzazione non vincolata di una funzione quadratica

$$\min_{R^n} \frac{1}{2} x^T Q x + c^T x + d.$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $Q \succ 0$ la funzione ammette un unico minimo globale

VERO

FALSO

2. Se $Q\bar{x} + c = 0$ il punto \bar{x} è sicuramente un minimo locale

VERO

FALSO

3. Una direzione d tale che $(Q\bar{x} + c)^T d < 0$ è sicuramente di discesa

VERO

FALSO

4. Se $Q \succ 0$, due direzioni $d^1, d^2 \in R^n$ coniugate tra loro sono tali che $d^{1T} Q d^2 > 0$

VERO

FALSO

Esercizio 6. (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & h(x) = 0 \end{aligned}$$

con $h : R^n \rightarrow R^p$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se la funzione obiettivo è continua e l'insieme ammissibile è compatto, il problema sicuramente ammette un minimo globale

VERO

FALSO

2. Se $f(x)$ è convessa e $h_j(x)$ sono convesse per ogni $j = 1, \dots, p$ si può affermare che il problema è convesso.

VERO

FALSO

3. Se x^* è un punto ammissibile e regolare ed esiste un μ^* tale che $\nabla f(x^*) + \nabla h(x^*)\mu^* = 0$ allora x^* sicuramente è un minimo locale

VERO

FALSO

4. Per questo problema è possibile definire la funzione di penalità interna

$$f(x) + \epsilon \left(\sum_{j=1}^p \log h_j(x) \right).$$

VERO

FALSO

Esercizio 7. (Punteggio massimo = 1) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \max \quad & c^T x \\ & Ax \leq b \end{aligned}$$

con A matrice $m \times n$ e $x \in R^n$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Il problema duale ha sia variabili vincolate in segno che variabili non vincolate in segno.

VERO

FALSO

2. Sia \bar{u} un punto tale che $A^T \bar{u} = c$, $\bar{u} \geq 0$. Allora si ha $c^T x^* \leq b^T \bar{u}$.

VERO

FALSO

3. Se esiste un punto \bar{x} tale che $A\bar{x} \leq b$, allora il problema duale sicuramente non ha insieme ammissibile vuoto.

VERO

FALSO

4. Se \bar{x} è un punto tale che $A\bar{x} \geq b$, allora $c^T \bar{x} \leq c^T x^*$.

VERO

FALSO

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito C

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – 2° anno

Cognome :

Nome :

VALUTAZIONE

Per gli esercizi 1,2,3,4 le risposte CORRETTE valgono 1 PUNTO e quelle SBAGLIATE -0.5 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Per gli esercizi 5,6,7 le risposte CORRETTE valgono 0,25 PUNTI e quelle SBAGLIATE -0.25 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min f(x_1, x_2) = 6x_1^3 - 3x_1x_2^2 - x_2^2$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è strettamente convessa in \mathbb{R}^2 .

VERO

FALSO

2. Il punto $(-\frac{1}{3}, -\sqrt{\frac{2}{3}})$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine.

VERO

FALSO

3. Il punto $(-\frac{1}{3}, -\sqrt{\frac{2}{3}})$ è un punto di sella.

VERO

FALSO

4. La direzione $d = (-1, 0)^T$ è di discesa in $\hat{x} = (0, 1)^T$.

VERO

FALSO

5. Nel punto $\hat{x} = (0, 5)^T$, l'approssimazione quadratica della funzione ammette minimo.

VERO

FALSO

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*)

Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \max \quad & \frac{1}{2}(x_1 - 4)^2 + \frac{1}{2}(x_2 - 6)^2 \\ & (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 = 4 \\ & x_1 - x_2 \leq 0 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema è convesso.

VERO

FALSO

2. Il punto $\bar{x} = (2 + \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2})^T$ è un punto di regolarità.

VERO

FALSO

3. Il punto $\bar{x} = (2 + \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2})^T$ soddisfa le condizioni di KKT.

VERO

FALSO

4. Nel punto $\bar{x} = (2 + \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2})^T$ sono soddisfatte le condizioni necessarie del secondo ordine.

VERO

FALSO

5. Nel punto $\bar{x} = (2 + \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2})^T$ è soddisfatta la condizione di stretta complementarità.

VERO

FALSO

Esercizio 3. (Punteggio massimo = 5) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \quad & -6x_1 + 30x_2 \\ & 2x_1 + 6x_2 - x_3 = -1 \\ & -x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 3 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema.

1. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & -u_1 + 3u_2 \\ & 2u_1 - u_2 \leq -6 \\ & 6u_1 + 5u_2 \leq 30 \\ & -u_1 - 3u_2 \leq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO

FALSO

2. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & -u_1 + 3u_2 \\ & 2u_1 - u_2 \leq -6 \\ & 6u_1 + 5u_2 \leq 30 \\ & -u_1 - 3u_2 \leq 0 \\ & u_1, u_2 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO

FALSO

3. Il punto $\bar{u} = (-2, 4)^T$ è ammissibile per il duale e si ha $b^T u^* \geq 14$, dove u^* è la soluzione ottima del problema duale, se esiste.

VERO

FALSO

4. Il problema primale ha insieme ammissibile vuoto (utilizzare la soluzione grafica).

VERO

FALSO

5. Il punto $x^* = (0 \ 0 \ 1)^T$ è ottimo per il primale ed esiste una soluzione ottima per il duale.

VERO

FALSO

Esercizio 4. (Punteggio massimo = 3)

1. Si supponga di avere un problema in cui le variabili di decisione sono x_{ij} , $i \in S$, $j \in T$ dove S e T sono due insiemi. In AMPL la seguente dichiarazione di insiemi e variabili è corretta:

```
set S ordered;  
set T;  
var x{S,T};
```

VERO

FALSO

2. Si assuma che siano stati dichiarati correttamente i due insiemi S e T , le variabili ed un parametro p indicizzato su S . Si supponga di voler tradurre in AMPL la funzione obiettivo:

$$\min \sum_{i \in S} p_i \sum_{j \in T} x_{ij}$$

La traduzione seguente è corretta:

```
minimize f{j in T}:sum{i in S, j in  
T}:p[i]*x[i,j];
```

VERO

FALSO

3. Si supponga di avere nel file .mod la seguente dichiarazione di insieme:

```
set S ordered;  
set T;  
var x{i in S, j in T};
```

dove l'insieme S è costituito dagli elementi $S1, S2, S3$ (con questo ordinamento). Allora il vincolo:

$$x[S1, j] \geq x[S3, j], \quad j \in T$$

si traduce in AMPL nel seguente modo:

```
s.t. vinc1{j in T}:x[S1,j]>=x[S3,j];
```

VERO

FALSO

Esercizio 5. (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema di minimizzazione non vincolata di una funzione quadratica

$$\min_{R^n} \frac{1}{2} x^T Q x + c^T x + d.$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $Q \succ 0$ la funzione ammette un minimo globale che può non essere unico

VERO

FALSO

2. Se $Q\bar{x} + c = 0$ e $Q \succeq 0$ il punto \bar{x} può essere minimo locale ma non globale

VERO

FALSO

3. Una direzione d tale che $(Q\bar{x} + c)^T d \leq 0$ è sicuramente di discesa

VERO

FALSO

4. Se $Q \succ 0$, due direzioni $d^1, d^2 \in R^n$ coniugate tra loro sono linearmente indipendenti

VERO

FALSO

Esercizio 6. (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & Ax = b \end{aligned}$$

con A matrice $p \times n$ e $b \in R^p$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema non può essere strettamente convesso.

VERO

FALSO

2. In un punto \bar{x} di minimo locale deve risultare $\nabla f(\bar{x})^T d \geq 0$ per ogni d tale che $Ad = 0$.

VERO

FALSO

3. Se x^* è un punto minimo locale allora esiste un $\mu^* \geq 0$ tale che $\nabla f(x^*) + A^T \mu^* = 0$ e $(Ax^* - b)^T \mu^* = 0$.

VERO

FALSO

4. Sia \bar{x} un punto di minimo e sia $\bar{\mu}$ il corrispondente moltiplicatore di Lagrange. Se il termine noto dei vincoli varia da b a $b + \epsilon$ con $\epsilon \in R^p$, la funzione obiettivo nella nuova soluzione ottima per valori piccoli di ϵ vale $f(\bar{x}) - \epsilon^T \bar{\mu}$.

VERO

FALSO

Esercizio 7. (Punteggio massimo = 1) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ & Ax \geq b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

con A matrice $m \times n$ e $x \in R^n$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Il problema duale ha solo variabili non vincolate in segno.

VERO

FALSO

2. Sia \bar{u} un punto tale che $A^T \bar{u} = c$. Allora si ha $c^T x^* \geq b^T \bar{u}$.

VERO

FALSO

3. Se esiste un punto \bar{x} tale che $A\bar{x} \geq b$, $x \geq 0$, allora il problema duale sicuramente non è illimitato.

VERO

FALSO

4. Se \bar{x} è un punto tale che $A\bar{x} \geq b$, allora $c^T \bar{x} \leq c^T x^*$.

VERO

FALSO

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito D

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – 2° anno

Cognome :

Nome :

VALUTAZIONE

Per gli esercizi 1,2,3,4 le risposte CORRETTE valgono 1 PUNTO e quelle SBAGLIATE -0.5 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Per gli esercizi 5,6,7 le risposte CORRETTE valgono 0,25 PUNTI e quelle SBAGLIATE -0.25 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min f(x_1, x_2) = -x_1^2 - 3x_1^2x_2 + 6x_2^3$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione non è convessa in \mathfrak{R}^2 .

VERO

FALSO

2. Il punto $(\sqrt{\frac{2}{3}}, -\frac{1}{3})$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine.

VERO

FALSO

3. Il punto $(\sqrt{\frac{2}{3}}, -\frac{1}{3})$ è un punto di sella.

VERO

FALSO

4. La direzione $d = (3, 0)^T$ è di discesa in $\hat{x} = (1, 0)^T$.

VERO

FALSO

5. Nel punto $\hat{x} = (1, 0)^T$, l'approssimazione quadratica della funzione ammette minimo.

VERO

FALSO

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*)

Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \max \quad & \frac{1}{2}(x_1 - 4)^2 + \frac{1}{2}(x_2 - 6)^2 \\ & (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 = 4 \\ & x_1 - x_2 \leq 0 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema è convesso.

VERO

FALSO

2. Il punto $\bar{x} = (2 - \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2})^T$ è un punto di regolarità.

VERO

FALSO

3. Il punto $\bar{x} = (2 - \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2})^T$ soddisfa le condizioni di KKT.

VERO

FALSO

4. Nel punto $\bar{x} = (2 - \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2})^T$ sono soddisfatte le condizioni necessarie del secondo ordine.

VERO

FALSO

5. Nel punto $\bar{x} = (2 - \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2})^T$ è soddisfatta la condizione di stretta complementarità.

VERO

FALSO

Esercizio 3. (Punteggio massimo = 5) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \quad & -6x_1 - 30x_2 \\ & 2x_1 - 6x_2 + x_3 = 7 \\ & -x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 3 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema.

1. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & 7u_1 + 3u_2 \\ & 2u_1 - u_2 \leq -6 \\ & -6u_1 - 5u_2 \leq -30 \\ & u_1 + 3u_2 \leq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO

FALSO

2. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & 7u_1 + 3u_2 \\ & 2u_1 - u_2 \leq -6 \\ & -6u_1 - 5u_2 \leq -30 \\ & u_1 + 3u_2 \leq 0 \\ & u_1, u_2 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO

FALSO

3. Il punto $\bar{x} = (\frac{24}{5}, 0, \frac{13}{5})^T$ è ammissibile per il primale e si ha $c^T x^* \leq \frac{-144}{5}$, dove x^* è la soluzione ottima del problema primale, se esiste.

VERO

FALSO

4. Il problema primale è illimitato (utilizzare la soluzione grafica).

VERO

FALSO

5. Il punto $x^* = (0 \ 0 \ 1)^T$ è ottimo per il primale ed esiste una soluzione ottima per il duale.

VERO

FALSO

Esercizio 4. (Punteggio massimo = 3)

1. Si supponga di avere un problema in cui le variabili di decisione sono x_{ij} , $i \in S$, $j \in T$ dove S e T sono due insiemi. In AMPL la seguente dichiarazione di insiemi e variabili è corretta:

```
set S ordered;  
set T;  
var x{j in S,i in T};
```

VERO

FALSO

2. Si assuma che siano stati dichiarati correttamente i due insiemi S e T , le variabili ed un parametro p indicizzato su S . Si supponga di voler tradurre in AMPL la funzione obiettivo:

$$\min \sum_{j \in S} p_j \sum_{i \in T} x_{ji}$$

La traduzione seguente è corretta:

```
minimize f:sum{j in S, i in  
T}:p[j]*x[j,i];
```

VERO

FALSO

3. Si supponga di avere nel file .mod la seguente dichiarazione di insieme:

```
set S ordered;  
set T;  
var x{j in S, i in T};
```

dove l'insieme S è costituito dagli elementi $S1, S2, S3$ (con questo ordinamento). Allora il vincolo:

$$x[S1, i] \geq x[S3, i], \quad i \in T$$

si traduce in AMPL nel seguente modo:

```
s.t. vinc1:sum{j in T}x[first(S),j]>=x[last(S),j];
```

VERO

FALSO

Esercizio 5. (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema di minimizzazione non vincolata di una funzione quadratica

$$\min_{R^n} \frac{1}{2} x^T Q x + c^T x + d.$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $Q \succ 0$ la funzione è coerciva

VERO

FALSO

2. Se $Q\bar{x} + c = 0$ e $Q \succ 0$ il punto \bar{x} è un minimo locale stretto

VERO

FALSO

3. Una direzione d tale che $(Q\bar{x} + c)^T d \geq 0$ è sicuramente di salita

VERO

FALSO

4. Sia $Q \succ 0$, possono esistere PIÙ di n direzioni coniugate tra loro

VERO

FALSO

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & h(x) = 0 \end{aligned}$$

con $h : R^n \rightarrow R^p$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se la funzione obiettivo è continua e l'insieme ammissibile è compatto, il problema sicuramente ammette un minimo globale

VERO

FALSO

2. Se $f(x)$ è convessa e $h_j(x)$ sono convesse per ogni $j = 1, \dots, p$ si può affermare che il problema è convesso.

VERO

FALSO

3. Se x^* è una soluzione deve esistere un μ^* tale che $\nabla f(x^*) + \nabla h(x^*)\mu^* = 0$ anche se x^* non è regolare.

VERO

FALSO

4. Una funzione di penalità esterna per questo problema è

$$f(x) + \frac{1}{\epsilon} \|h(x)\|^2.$$

VERO

FALSO

Esercizio 7. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ & Ax = b \end{aligned}$$

con A matrice $m \times n$ e $x \in R^n$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Il problema duale ha solo variabili vincolate in segno.

VERO

FALSO

2. Sia \bar{u} un punto tale che $A^T \bar{u} \leq c$. Allora si ha $c^T x^* \geq b^T \bar{u}$.

VERO

FALSO

3. Se esiste un punto \bar{x} tale che $A\bar{x} = b$, allora il problema duale sicuramente non è illimitato.

VERO

FALSO

4. Se \bar{x} è un punto tale che $A\bar{x} = b$, allora $c^T \bar{x} \leq c^T x^*$.

VERO

FALSO