

ESAME di OTTIMIZZAZIONE- Compito A

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – 2° anno

Cognome :

Nome :

VALUTAZIONE

Per gli esercizi 1,2,3,4 le risposte CORRETTE valgono 1 PUNTO e quelle SBAGLIATE -0.5 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Per gli esercizi 5,6,7 le risposte CORRETTE valgono 0,25 PUNTI e quelle SBAGLIATE -0.25 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 3x_1x_2 + 2x_2^2 - 2x_2x_3 + x_3^2 - x_1 - x_2 - x_3$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è coerciva.

2. La funzione non ha minimo globale

3. Il punto $x^* = (\frac{4}{5}, -\frac{1}{5}, \frac{3}{10})^T$ è un minimo locale stretto4. La direzione $d = (-1, 2, -1)^T$ è di discesa in $\hat{x} = (1, 0, 0)$.5. Nel punto $\hat{x} = (1, 0, 0)$, il passo $\alpha = 1$ soddisfa una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente con $\gamma = \frac{1}{9}$.**Esercizio 2** (*Punteggio massimo = 5*)

Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 \\ & x_1 - x_2^2 \leq 0 \\ & (x_1 - 2)^2 + x_2^2 = 4 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Utilizzando esclusivamente il teorema di Weierstrass, è possibile affermare che il problema ammette soluzione globale.

VERO

FALSO

2. Il problema non è convesso.

VERO

FALSO

3. Il punto $\bar{x} = (0, 0)^T$ è un punto di regolarità.

VERO

FALSO

4. Il punto $\bar{x} = (3, -\sqrt{3})^T$ soddisfa le condizioni necessarie di KKT.

VERO

FALSO

5. Il punto $\bar{x} = (3, -\sqrt{3})^T$ soddisfa le condizioni sufficienti del 2° ordine.

VERO

FALSO

Esercizio 3. (Punteggio massimo = 5) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\min -20x_1 + 6x_2 + 5x_3$$

$$4x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 6$$

$$-5x_1 + 2x_2 + x_3 = 1$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$$

1. Il problema

$$\max 6u_1 + u_2$$

$$4u_1 - 5u_2 \leq -20$$

$$3u_1 + 2u_2 \leq 6$$

$$u_1 + u_2 \leq 5$$

$$u_1 \geq 0$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO

FALSO

2. Il punto $\bar{x} = (1, 0, 6)^T$ è ammissibile per il primale e si ha $c^T x^* \leq 10$.

VERO

FALSO

3. Il problema duale è vuoto (utilizzare, se necessario, la soluzione grafica).

VERO

FALSO

4. Il problema primale è vuoto.

VERO

FALSO

5. Il problema primale è illimitato inferiormente.

VERO

FALSO

Esercizio 4. (Punteggio massimo = 3) Si supponga di avere la seguente dichiarazioni di variabili e parametri nel file .mod:

```
set A;  
set B;  
param p{A};  
param q{A,B};  
param c{B}  
var x{A, B}>= 0;
```

1. Si supponga di avere la seguente funzione obiettivo:

$$\max \sum_{i \in A} p_i \sum_{j \in B} x_{ij} - \sum_{j \in B} c_j \sum_{i \in A} x_{ij}$$

La seguente traduzione in AMPL è corretta:

```
maximize f:sum{i in A}p[i]*sum{j in B}x[i,j]-sum{j in
B}c[j]*sum{i in A}x[i,j];
```

 VERO

 FALSO

2. La traduzione in AMPL del vincolo:

$$\sum_{i \in A} x_{ij} \leq q_{ij}$$

è la seguente:

```
s.t. vinc1:sum{i in A, j in B}x[i,j]<=q[i,j];
```

 VERO

 FALSO

3. Si supponga che l'insieme A sia costituito dagli elementi A1, A2, A3, che l'insieme B sia costituito dagli elementi B1, B2, B3 e che il parametro q debba assumere i seguenti valori:

q	B1	B2	B3
A1	1	2	1
A2	2	1.5	1.5
A3	3	1	0.5

La seguente assegnazione nel file .dat è corretta:

```
param q:= A1 A2 A3
         B1 1 2 1
         B2 2 1.5 1.5
         B3 3 1 0.5;
```

 VERO

 FALSO

Esercizio 5. (Punteggio massimo = 1) Dato un problema di minimizzazione non vincolata

$$\min_{R^n} f(x).$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $f(x)$ è lineare, non esiste soluzione al problema $\min_{R^n} f(x)$.

 VERO

 FALSO

2. Se $f(x)$ è convessa, esiste sempre una soluzione al problema $\min_{R^n} f(x)$.

 VERO

 FALSO

3. L'approssimazione lineare della funzione in un intorno del punto \bar{x} è

$$f(\bar{x}) + \nabla f(\bar{x})^T (x - \bar{x})$$

 VERO

 FALSO

4. Se $\nabla f(\bar{x}) = 0$ e $f(x)$ è convessa, il punto \bar{x} è minimo globale

 VERO

 FALSO

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & h(x) = 0 \end{aligned}$$

con $h : R^n \rightarrow R^p$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se la funzione obiettivo è continua e l'insieme ammissibile è compatto, il problema sicuramente ammette un minimo globale

VERO

FALSO

2. Se $f(x)$ è convessa e $h_j(x)$ sono convesse per ogni $j = 1, \dots, p$ si può affermare che il problema è convesso.

VERO

FALSO

3. Se x^* è un punto ammissibile e regolare ed esiste un μ^* tale che $\nabla f(x^*) + \nabla h(x^*)\mu^* = 0$ allora x^* sicuramente è un minimo locale

VERO

FALSO

4. Per questo problema è possibile definire la funzione di penalità interna

$$f(x) + \epsilon \log \left(\sum_{j=1}^p h_j(x) \right).$$

VERO

FALSO

Esercizio 7. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \max \quad & c^T x \\ & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

con A matrice $m \times n$ e $x \in R^n$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Il problema duale ha solo variabili non vincolate in segno

VERO

FALSO

2. Il problema duale ha soli vincoli di disuguaglianza

VERO

FALSO

3. Sia \bar{u} un punto tale che $A^T \bar{u} \geq c$, $\bar{u} \geq 0$, allora, se esiste la soluzione ottima del primale, si ha $c^T x^* \leq b^T \bar{u}$.

VERO

FALSO

4. Sia \bar{u} un punto tale che $A^T \bar{u} \geq c$, $\bar{u} \geq 0$. Allora il problema primale sicuramente ammette soluzione ottima finita.

VERO

FALSO

ESAME di OTTIMIZZAZIONE- Compito BCorso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2° anno**

Cognome :

Nome :

VALUTAZIONE

Per gli esercizi 1,2,3,4 le risposte CORRETTE valgono 1 PUNTO e quelle SBAGLIATE -0.5 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Per gli esercizi 5,6,7 le risposte CORRETTE valgono 0,25 PUNTI e quelle SBAGLIATE -0.25 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min f(x_1, x_2) = \frac{1}{3}x_1^3x_2 - 4x_1x_2 + \frac{16}{3}x_1x_2^2$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è convessa in R^2 VERO FALSO2. Il punto $(0, 0)^T$ è un minimo locale VERO FALSO3. Nel punto $x^0 = (-1, 0)^T$ esiste sicuramente una direzione di discesa VERO FALSO4. Nel punto $x^0 = (-1, 0)^T$, il passo $\alpha = -1$ è accettato da una ricerca di linea di tipo Armijio per $\gamma = \frac{1}{11}$ lungo la direzione $d = (0 \ -3)^T$. VERO FALSO5. Nell'intorno $\bar{x} + s$ del punto $\bar{x} = (-1, 0)^T$ l'approssimazione quadratica $q(s)$ di f ammette minimo. VERO FALSO**Esercizio 2** (*Punteggio massimo = 5*)

Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \max \quad & -x_1 \\ & x_1 + x_2^2 \leq 4 \\ & (x_1 - 2)^2 + x_2^2 = 4 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema non è convesso.

VERO

FALSO

2. Utilizzando esclusivamente il teorema di Weierstrass, è possibile affermare che il problema ammette soluzione globale.

VERO

FALSO

3. Il punto $\bar{x} = (4, 0)^T$ è un punto di non regolarità.

VERO

FALSO

4. Il punto $\bar{x} = (1, \sqrt{3})^T$ soddisfa le condizioni necessarie di KKT.

VERO

FALSO

5. Il punto $\bar{x} = (1, \sqrt{3})^T$ soddisfa le condizioni necessarie del 2° ordine.

VERO

FALSO

Esercizio 3. (Punteggio massimo = 5) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \quad & 12x_1 + 6x_2 - 2x_3 \\ & 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 1 \\ & 2x_1 + 2x_2 - x_3 \geq -1 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema e sia $\bar{x} = (3 \ 4 \ 0)^T$.

1. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & u_1 - u_2 \\ & 3u_1 + 2u_2 \leq 12 \\ & -2u_1 + 2u_2 \leq 6 \\ & -2u_1 - u_2 \leq -2 \\ & u_2 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO

FALSO

2. Il punto $\bar{u} = (2, 0)^T$ è ammissibile per il duale e si ha $c^T x^* \geq 2$.

VERO

FALSO

3. Esiste una soluzione ottima u^* per il duale e il valore ottimo della funzione obiettivo del problema duale si trova nell'intervallo $[2, 60]$.

VERO

FALSO

4. Il punto $x^* = (\frac{1}{3}, 0, 0)^T$ è ottimo per il primale ed esiste una soluzione ottima per il duale (utilizzare, se necessario, le condizioni di complementarità).

VERO

FALSO

5. Il problema primale è illimitato inferiormente.

VERO

FALSO

Esercizio 4. (Punteggio massimo = 3) Si supponga di avere la seguente dichiarazioni di variabili e parametri nel file .mod:

```

set A;
set B;
param p{A};
param q{A,B};
param c{B}
var x{A}>= 0;

```

1. Si supponga di avere la seguente funzione obiettivo:

$$\min \sum_{i \in A} p_i x_i - \sum_{j \in B} c_j \sum_{i \in A} x_i$$

La seguente traduzione in AMPL è corretta:

```

maximize f{j in B}:sum{i in A}p[i]*x[i]-sum{j in
B}c[j]*sum{i in A}x[i];

```

 VERO

 FALSO

2. La traduzione in AMPL del vincolo:

$$\sum_{j \in B} q_{ij} x_i \leq c_i, \quad i \in A$$

è la seguente:

```

s.t. vinc1{i in A}:sum{j in B}q[i,j]*x[i,j]<=c[i];

```

 VERO

 FALSO

3. Si supponga che l'insieme A sia costituito dagli elementi A1, A2, A3, A4 e che l'insieme B sia costituito dagli elementi B1, B2. Si supponga che il parametro q debba assumere i seguenti valori:

q	B1	B2
A1	1	2
A2	2	1.5
A3	3	1
A4	3	4

La seguente assegnazione nel file .dat è corretta:

```

param q: B1 B2:=
    A1 1 2
    A2 2 1.5
    A3 3 1
    A4 3 4 ;

```

 VERO

 FALSO

Esercizio 5. (Punteggio massimo = 1) Dato un problema di minimizzazione non vincolata di una funzione quadratica

$$\min_{R^n} \frac{1}{2} x^T Q x + c^T x + d.$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $Q \succ 0$ la funzione ammette un minimo globale che può non essere unico

 VERO

 FALSO

2. Se $Q \not\equiv 0$ e $Q \not\equiv 0$ si può affermare che la funzione NON ammette punti né minimo né massimo globale.

VERO

FALSO

3. Se $Q\bar{x} + c = 0$ il punto \bar{x} è sicuramente un minimo locale

VERO

FALSO

4. Sia $Q \succ 0$, direzioni coniugate tra loro sono sempre direzioni di discesa.

VERO

FALSO

Esercizio 6. (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & Ax = b \end{aligned}$$

con A matrice $p \times n$ e $b \in R^p$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se la funzione obiettivo è strettamente convessa, il problema è strettamente convesso.

VERO

FALSO

2. In un punto \bar{x} di minimo locale NON esiste una direzione d tale che $Ad = 0$ e $\nabla f(\bar{x})^T d < 0$.

VERO

FALSO

3. Se x^* è un punto minimo locale allora esiste un $\mu^* \geq 0$ tale che $\nabla f(x^*) + A^T \mu^* = 0$ e $(Ax^* - b)^T \mu^* = 0$.

VERO

FALSO

4. Sia \bar{x} un punto di minimo e sia $\bar{\mu}$ il corrispondente moltiplicatore di Lagrange. Se il termine noto dei vincoli varia da b a $b + \epsilon$ con $\epsilon \in R^p$, il valore della funzione obiettivo nella nuova soluzione ottima per valori piccoli di ϵ è $f(\bar{x}) - \epsilon^T \bar{\mu}$.

VERO

FALSO

Esercizio 7. (Punteggio massimo = 1) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

con A matrice $m \times n$ e $x \in R^n$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Il problema duale ha solo variabili non vincolate in segno

VERO

FALSO

2. Il problema duale ha soli vincoli di uguaglianza

VERO

FALSO

3. Sia \bar{u} un punto tale che $A^T \bar{u} \geq c$, allora si ha $c^T x^* \geq b^T \bar{u}$.

VERO

FALSO

4. Sia \bar{x} un punto tale che $A\bar{x} = b$, $\bar{x} \geq 0$. Allora il problema primale sicuramente ammette soluzione ottima finita.

VERO

FALSO

ESAME di OTTIMIZZAZIONE- Compito C

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – 2° anno

Cognome :

Nome :

VALUTAZIONE

Per gli esercizi 1,2,3,4 le risposte CORRETTE valgono 1 PUNTO e quelle SBAGLIATE -0.5 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Per gli esercizi 5,6,7 le risposte CORRETTE valgono 0,25 PUNTI e quelle SBAGLIATE -0.25 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Esercizio 1 (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1x_3 + x_3^2 - x_1 - x_2 - x_3$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è coerciva.

 VERO

 FALSO

2. La funzione non ha minimo globale

 VERO

 FALSO

3. Il punto $x^* = (-\frac{1}{5}, \frac{4}{5}, \frac{3}{10})^T$ è un minimo locale stretto

 VERO

 FALSO

4. Nel punto $\hat{x} = (2, 0, 0)$ esiste sicuramente una direzione di salita.

 VERO

 FALSO

5. Nel punto $\hat{x} = (2, 0, 0)^T$, il passo $\alpha = 1$ soddisfa una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione $d = (0, 0, 1)^T$ con $\gamma = \frac{1}{3}$.

 VERO

 FALSO

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*)

Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \max \quad & -x_2 \\ & \frac{1}{2}x_1^2 - 2x_1 + x_2 \geq 0 \\ & (x_1 - 2)^2 + x_2^2 = 4 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema è convesso.

VERO

FALSO

2. Utilizzando esclusivamente il teorema di Weierstrass è possibile affermare che il problema ammette soluzione globale.

VERO

FALSO

3. Il punto $\bar{x} = (2, 2)^T$ è un punto di non regolarità.

VERO

FALSO

4. Il punto $\bar{x} = (0, 0)^T$ non soddisfa le condizioni necessarie di KKT.

VERO

FALSO

5. Il punto $\bar{x} = (4, 0)^T$ soddisfa le condizioni sufficienti del 2° ordine.

VERO

FALSO

Esercizio 3. (Punteggio massimo = 5)

$$\begin{aligned} \min \quad & 12x_1 + 6x_2 - 2x_3 \\ & 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 \geq 2 \\ & 2x_1 + 2x_2 - x_3 = -2 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema.

1. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & 2u_1 - 2u_2 \\ & 3u_1 + 2u_2 \leq 12 \\ & -2u_1 + 2u_2 \leq 6 \\ & -2u_1 - u_2 \leq -2 \\ & u_1 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO

FALSO

2. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & 3u_1 + 2u_2 \\ & 3u_1 + 2u_2 \leq 12 \\ & -2u_1 + 2u_2 \leq 6 \\ & -2u_1 - u_2 \leq -2 \\ & u_1 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO

FALSO

3. Il punto $\bar{u} = (2, 0)^T$ è ammissibile per il duale e si ha $b^T u^* \geq 4$, dove u^* è la soluzione ottima del duale, se esiste.

VERO

FALSO

4. Il problema duale è illimitato superiormente (utilizzare, se necessario, la soluzione grafica).

VERO

FALSO

5. Il problema primale è vuoto.

VERO

FALSO

Esercizio 4. (Punteggio massimo = 3) Si supponga di avere la seguente dichiarazioni di variabili e parametri nel file .mod:

```

set A;
set B;
param p{A};
param q{A,B};
param c{A}
var x{A,B}>= 0;

```

1. Si supponga di avere la seguente funzione obiettivo:

$$\min \sum_{i \in A} p_i \sum_{j \in B} x_{ij} - \sum_{j \in B} c_j \sum_{i \in A} x_{ij}$$

La seguente traduzione in AMPL è corretta:

```

maximize f{i in A}:sum{i in A, j in B}p[i]*x[i,j]-sum{j in
B}c[j]*sum{i in A}x[i,j];

```

VERO

FALSO

2. La traduzione in AMPL del vincolo:

$$q_{ij}x_i \leq c_i, \quad i \in A, \quad j \in B$$

è la seguente:

```

s.t. vinc1{i in A}:sum{j in B}q[i,j]*x[i,j]<=c[i];

```

VERO

FALSO

3. Si supponga che l'insieme A sia costituito dagli elementi A1, A2, A3, A4 e che l'insieme B sia costituito dagli elementi B1, B2. Si supponga che il parametro p debba assumere i seguenti valori:

	p
A1	200
A2	150
A3	300
A4	400

La seguente assegnazione nel file .dat è corretta:

```

param p:=
    A1 200
    A2 150
    A3 300
    A4 400 ;

```

VERO

FALSO

Esercizio 5. (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema di minimizzazione non vincolata

$$\min_{R^n} f(x).$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se l'insieme $\{x \in R^n : f(x) \leq f(x^0)\}$ è compatto, esiste un minimo x^* tale che $f(x^*) \leq f(x^0)$

VERO

FALSO

2. L'approssimazione quadratica della funzione in un intorno del punto \bar{x} è

$$f(\bar{x}) + \nabla f(\bar{x})^T(x - \bar{x}) + \frac{1}{2}(x - \bar{x})^T \nabla^2 f(\bar{x})(x - \bar{x})$$

VERO

FALSO

3. Se $\nabla f(\bar{x}) = 0$ il punto \bar{x} può essere minimo locale

VERO

FALSO

4. Se d è una direzione di discesa, allora esiste un valore α_{\max} tale che $f(\bar{x} + \alpha d) < f(\bar{x})$ per ogni $\alpha \in (0, \alpha_{\max})$

VERO

FALSO

Esercizio 6. (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & h(x) = 0 \end{aligned}$$

con $h : R^n \rightarrow R^p$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se la funzione obiettivo è continua e l'insieme ammissibile è compatto, il problema sicuramente ammette un minimo globale

VERO

FALSO

2. Se $f(x)$ è convessa e $h_j(x)$ sono convesse per ogni $j = 1, \dots, p$ si può affermare che il problema è convesso.

VERO

FALSO

3. Se x^* è un punto ammissibile e regolare ed esiste un μ^* tale che $\nabla f(x^*) + \nabla h(x^*)\mu^* = 0$ allora x^* sicuramente è un minimo locale

VERO

FALSO

4. Una funzione di penalità esterna per questo problema è

$$f(x) + \frac{1}{\epsilon} \|h(x)\|^2.$$

VERO

FALSO

Esercizio 7. (Punteggio massimo = 1) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \max \quad & c^T x \\ & Ax \leq b \end{aligned}$$

con A matrice $m \times n$ e $x \in R^n$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Il problema duale ha solo variabili vincolate in segno

VERO

FALSO

2. Il problema duale ha sia vincoli di uguaglianza che vincoli di disuguaglianza (non si considerino le limitazioni di non negatività sulle variabili).

VERO

FALSO

3. Sia \bar{u} un punto tale che $A^T \bar{u} \geq c$, $\bar{u} \geq 0$. Allora \bar{u} è ammissibile per il problema duale.

VERO

FALSO

4. Sia \bar{u} un punto tale che $A^T \bar{u} = c$, $\bar{u} \geq 0$. Allora il problema duale sicuramente ammette soluzione ottima finita.

VERO

FALSO

ESAME di OTTIMIZZAZIONE- Compito D

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – 2° anno

Cognome :

Nome :

VALUTAZIONE

Per gli esercizi 1,2,3,4 le risposte CORRETTE valgono 1 PUNTO e quelle SBAGLIATE -0.5 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Per gli esercizi 5,6,7 le risposte CORRETTE valgono 0,25 PUNTI e quelle SBAGLIATE -0.25 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min f(x_1, x_2) = 2x_1^3 - 3x_1x_2 + 2x_2^3$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione non è convessa.

 VERO FALSO

2. Il punto
- $x^* = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})^T$
- è un minimo locale stretto

 VERO FALSO

3. Si può escludere che il punto
- $\hat{x} = (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})^T$
- sia un minimo locale

 VERO FALSO

4. La direzione
- $d = (1, -1)^T$
- è di discesa in
- $\hat{x} = (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})^T$

 VERO FALSO

5. Nell'intorno
- $\hat{x} + s$
- del punto
- $\hat{x} = (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})^T$
- l'approssimazione quadratica
- $q(s)$
- di
- f
- è indefinita.

 VERO FALSO**Esercizio 2** (*Punteggio massimo = 5*)

Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \max \quad & x_2 \\ & -\frac{1}{2}x_1^2 + 2x_1 + x_2 \leq 0 \\ & (x_1 - 2)^2 + x_2^2 = 4 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema non è convesso.

VERO

FALSO

2. Utilizzando esclusivamente il teorema di Weierstrass è possibile affermare che il problema ammette soluzione globale.

VERO

FALSO

3. Il punto $\bar{x} = (2, -2)^T$ è un punto di regolarità.

VERO

FALSO

4. Il punto $\bar{x} = (4, 0)^T$ non soddisfa le condizioni necessarie di KKT.

VERO

FALSO

5. Il punto $\bar{x} = (0, 0)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del 2° ordine.

VERO

FALSO

Esercizio 3. (Punteggio massimo = 5) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \max \quad & -12x_1 + 6x_2 + 2x_3 \\ & -3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 3 \\ & -2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq -3 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema, se esiste, e sia $\bar{x} = (12, \frac{1}{2}, 20)^T$.

1. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & 3u_1 - 3u_2 \\ & -3u_1 - 2u_2 \geq -12 \\ & -2u_1 + 2u_2 \geq 6 \\ & 2u_1 + u_2 \geq 2 \\ & u_2 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO

FALSO

2. Se esiste la soluzione ottima del problema primale, risulta $c^T x^* \geq -101$.

VERO

FALSO

3. Il punto $\bar{u} = (-1, 5)^T$ è ammissibile per il problema duale e si ha $c^T x^* \leq -18$.

VERO

FALSO

4. Il punto $x^* = (9, 0, 15)^T$ è una soluzione ottima per il primale ed esiste una soluzione ottima per il duale (utilizzare, se necessario, le condizioni di complementarità).

VERO

FALSO

5. Il problema primale è illimitato superiormente.

VERO

FALSO

Esercizio 4. (Punteggio massimo = 3) Si supponga di avere la seguente dichiarazioni di variabili e parametri nel file .mod:

```

set A;
set B;
param p{B};
param q{A,B};
param c{B}
var x{B}>= 0;

```

1. Si supponga di avere la seguente funzione obiettivo:

$$\max \sum_{i \in B} p_i x_i - \sum_{j \in B} c_j x_j$$

La seguente traduzione in AMPL è corretta:

```

maximize f:sum{i in B}p[i]*x[i]-sum{j in
B}c[j]*[j];

```

 VERO

 FALSO

2. La traduzione in AMPL del vincolo:

$$\sum_{i \in A} q_{ij} x_j \leq c_j, \quad j \in B$$

è la seguente:

```

s.t. vinc1{i in A}:sum{j in B}q[i,j]*x[j]<=c[j];

```

 VERO

 FALSO

3. Si supponga che l'insieme B sia costituito dagli elementi B1, B2, B3. Si supponga che il parametro p debba assumere i seguenti valori:

	p
B1	250
B2	150
B3	400

La seguente assegnazione nel file .dat è corretta:

```

param p:=
    B1 B2 B3 250 150 400;

```

 VERO

 FALSO

Esercizio 5. (*Punteggio massimo = 1*) Dato un problema di minimizzazione non vincolata di una funzione quadratica

$$\min_{R^n} \frac{1}{2} x^T Q x + c^T x + d.$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $Q \succ 0$, e in assenza di ulteriori informazioni, si può affermare che la funzione ammette un unico minimo globale

 VERO

 FALSO

2. Se $Q\bar{x} + c = 0$ e $Q \succ 0$ il punto \bar{x} è un minimo locale stretto

 VERO

 FALSO

3. Una direzione d tale che $(Q\bar{x} + c)^T d < 0$ è sicuramente di discesa

VERO

FALSO

4. Sia $Q \succ 0$, il metodo delle direzioni coniugate genera una sequenza $\{x^k\}$ tale che $\nabla f(x^k)^T d^i = 0$ per $i = 0, \dots, k - 1$

VERO

FALSO

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & Ax = b \end{aligned}$$

con A matrice $p \times n$ e $b \in R^p$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se la funzione obiettivo è convessa, il problema è convesso.

VERO

FALSO

2. Dato un punto \bar{x} ammissibile e una direzione d tale che $Ad = 0$, il punto $\bar{x} + \alpha d$ è ammissibile per qualunque valore di α .

VERO

FALSO

3. Se x^* è un punto ammissibile e non esiste un μ^* tale che $\nabla f(x^*) + A^T \mu^* = 0$ allora x^* sicuramente non è un minimo locale

VERO

FALSO

4. Sia \bar{x} un punto di minimo e sia $\bar{\mu}$ il corrispondente moltiplicatore di Lagrange. Se il termine noto dei vincoli varia da b a $b + \epsilon$ con $\epsilon \in R^p$ e piccolo, il valore della funzione obiettivo $f(\bar{x}(\epsilon))$ nella nuova soluzione ottima differisce da $f(\bar{x})$ della quantità $\epsilon^T \bar{\mu}$.

VERO

FALSO

Esercizio 7. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ & Ax \geq b \end{aligned}$$

con A matrice $m \times n$ e $x \in R^n$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Il problema duale ha solo variabili non vincolate in segno

VERO

FALSO

2. Il problema duale ha soli vincoli di disuguaglianza

VERO

FALSO

3. Sia \bar{u} un punto tale che $A^T \bar{u} = c$, allora si ha $c^T x^* \geq b^T \bar{u}$.

VERO

FALSO

4. Sia \bar{u} un punto tale che $A^T \bar{u} \geq c$. Allora il problema duale sicuramente non ha insieme ammissibile vuoto.

VERO

FALSO