Compito A - GIALLO 14 settembre 2004

Prova d'esame di OTTIMIZZAZIONE

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2º anno**

Nuovo Ordinamento (Prof. G. Di Pillo) programma 03-04

Cognome : **Nome** :

VALUTAZIONE DEL COMPITO
Ogni risposta esatta vale **1 punto**, ogni risposta sbagliata vale **-0.5 punti (valore negativo)**, ogni risposta mancata vale **0 punti**.

Esercizio 1. (*Punti 6*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min\ f(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + 3x_2^2 + 2x_1x_2 - 4x_1 + 2x_2$$

ed il punto $x^* = (\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})^T$.

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Dire se la funzione è coerciva.
   VERO FALSO
2. Dire se esiste unico un punto di minimo globale
   VERO FALSO
3. Dire se il punto x^* soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine
   VERO FALSO
4. Dire se il punto x^* è minimo locale, ma non minimo globale
   VERO FALSO
5. Dire se la direzione $d = (-4,\ 2)^T$ è di discesa in $x^0 = (0,\ 0)^T$
   VERO FALSO
6. Dire se il passo determinato da una ricerca di linea esatta lungo la direzione dell'antigradiente nel punto $x^0 = (0,\ 0)^T$ è $\alpha^0 = -10$
   VERO FALSO

Esercizio 2. (*Punti 6*)

Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min\ & \frac{1}{2}x_1^2 + x_2^2 \\ & x_1 - x_2 = 1 \\ & 0.5x_1 + x_2 \le 1 \end{aligned}$$

1. dire, utilizzando esclusivamente il Teorema di Weierstrass, se esiste una soluzione globale.

VERO	FALSO

2. dire se il problema è convesso

VERO	FALSO

3. dire se, ammesso che i problema abbia soluzione globale, questa è unica.

VERO	FALSO

4. dire se il punto $\bar{x} = (\frac{4}{3},\ \frac{1}{3})^T$ soddisfa le condizioni necessarie di KKT (NO viene $\lambda < 0$)

VERO	FALSO

5. dire se il punto $\tilde{x} = (\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})^T$ ed i moltiplicatori $\tilde{\mu} = -\frac{1}{2}, \tilde{\lambda} = 0$ soddisfano le condizioni di stretta complementarità

VERO	FALSO

6. dire se è necessario effettuare un'analisi di regolarità dei vincoli per utilizzare le condizioni di KKT.

VERO	FALSO

Esercizio 3. (*Punti 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$
\begin{aligned}
&\min \quad -6x_1 - 3x_2 - 3x_3 \\
&x_1 + x_2 + x_3 \leq 3 \\
&-2x_1 - x_2 - x_3 = -4 \\
&\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.
\end{aligned}
$$

1. Dire se il valore $c^T\bar{x}$ con $\bar{x} = (2\ 0\ 0)^T$ costituisce un limite superiore per il valore ottimo del problema primale

VERO	FALSO

2. Dire se il problema

$$
\begin{aligned}
&\max \quad -3u_1 - 4u_2 \\
&-u_1 - 2u_2 \leq -6 \\
&-u_1 - u_2 \leq -3 \\
&-u_1 - u_2 \leq -3 \\
&u_1 \geq 0
\end{aligned}
$$

corrisponde ad un problema duale per (P).

VERO	FALSO

3. Dire se il punto $u^* = (0\ 8)^T$ è ammissibile per il duale

VERO	FALSO

4. Dire se il valore ottimo del problema duale si trova nell'intervallo $[-18\ \ -12]$

VERO	FALSO

5. Dire se la coppia $x^* = (2\ 0\ 0)$, $u^* = (0\ 3)$ sono ottime rispettivamente per il problema primale e per il problema duale

VERO	FALSO

Esercizio 4. (**Punti 4**) Una oreficeria acquista quattro tipi di leghe contenenti oro (Au) con differenti carature e le miscela ottenendo un metallo prezioso che vende a 25 euro al grammo (p).

	Lega 1	Lega 2	Lega 3	Lega 4
Au (q_i)	760	600	740	790
disp. max (d_i)	1000	2500	7000	2000
costo (c_i)	15	13	14	18

La precedente tabella riporta la disponibilità massima (d_i, $i = 1, \ldots, 4$ in grammi) sul mercato, il costo (c_i, $i = 1, \ldots, 4$ in euro al grammo) e il contenuto (q_i, $i = 1, \ldots, 4$ in parti per mille) di oro nelle singole leghe.

Il prodotto finale deve avere un contenuto di oro non inferiore a 750 parti ogni mille ($q_{\min}$). Si vuole massimizzare il profitto netto complessivo.

Una possibile formulazione come problema di Programmazione Lineare è la seguente, dove le variabili x_i rappresentano le quantità acquistate di ogni lega:

$$\begin{aligned} \max \quad & p\sum_{i=1}^{4} x_i - \sum_{i=1}^{4} c_i x_i \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^{4} q_i x_i \geq q_{\min}\left(\sum_{k=1}^{4} x_k\right), \\ & x_i \leq d_i, i = 1, \ldots, 4 \\ & x_i \geq 0, \ i = 1, \ldots, 4 \end{aligned}$$

1. Dire se la seguente dichiarazione delle variabili è corretta:

   ```
   set leghe;
   var x{leghe}>= 0;
   ```

VERO	FALSO

2. Dire se la seguente funzione obiettivo è corretta presumendo che siano stati correttamente dichiarati i parametri del problema e che sia stato dichiarato un insieme leghe:

   ```
   maximize funz: p*sum{i in leghe}q[i]*x[i]-sum{i in leghe}c[i]*x[i];
   ```

VERO	FALSO

3. Dire se il seguente vincolo è corretto presumendo che siano stati correttamente dichiarati i parametri del problema e che sia stato dichiarato un insieme leghe:

   ```
   s.t. vinc: sum{i in leghe}x[i]<= d[i];
   ```

VERO	FALSO

4. Dire se il seguente vincolo è corretto presumendo che siano stati correttamente dichiarati i parametri del problema e che sia stato dichiarato un insieme leghe:

   ```
   s.t. vinc{i in leghe}: x[i]<= d[i];
   ```

VERO	FALSO