

SIMULAZIONE ESAME di OTTIMIZZAZIONE

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – 2° anno

Cognome :

Nome :

ANONIMO

VALUTAZIONE

Per gli esercizi 1,3,5 le risposte CORRETTE valgono 0,25 PUNTI e quelle SBAGLIATE -0.25 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Per gli esercizi 2,4,6,7 le risposte CORRETTE valgono 1 PUNTO e quelle SBAGLIATE -0.5 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di minimizzazione non vincolata

$$\min_{R^n} f(x)$$

ed un punto \bar{x} tale che $\nabla f(\bar{x}) \neq 0$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $\nabla^2 f(\bar{x}) \succeq 0$ il punto \bar{x} può essere minimo locale

 VERO

 FALSO

2. Il punto \bar{x} non è minimo locale

 VERO

 FALSO

3. Una direzione d tale che $\nabla f(\bar{x})^T d = 0$ non può mai essere di discesa

 VERO

 FALSO

4. Nel punto \bar{x} esiste una direzione di discesa.

 VERO

 FALSO

Esercizio 2. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min f(x_1, x_2) = 2x_1^3 - 3x_1x_2 + 2x_2^3$$

ed i punti $x^* = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)^T$ e $\hat{x} = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)^T$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il punto x^* è un minimo locale stretto

 VERO

 FALSO

2. Il punto \hat{x} è un minimo locale

VERO

FALSO

3. La direzione $d = (1, -1)^T$ è di discesa in \hat{x}

VERO

FALSO

4. Nel punto \hat{x} , la direzione del metodo del gradiente soddisfa una ricerca di linea di Armijo con i parametri $\gamma = \frac{1}{9}$ e $\alpha = \frac{1}{6}$.

VERO

FALSO

5. La direzione di Newton nel punto \hat{x} è $d = (\frac{3}{5}, -\frac{6}{5})^T$

VERO

FALSO

Esercizio 3. (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & g(x) \leq 0 \end{aligned}$$

con $g : R^n \rightarrow R^m$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $f(x)$ è CONTINUA e le funzioni $g_j(x)$ sono CONVESSE per ogni $j = 1, \dots, m$, allora il problema è convesso

VERO

FALSO

2. Se il problema è convesso, ammette sempre una soluzione globale

VERO

FALSO

3. Se i vincoli sono lineari, ovvero $g_j(x) = a_j^T x - b_j$ ed $f(x)$ convessa le condizioni necessarie di Karush-Kuhn-Tucker sono necessarie e sufficienti di ottimo

VERO

FALSO

4. Se un punto \bar{x} è minimo locale, allora l'insieme ammissibile è compatto .

VERO

FALSO

Esercizio 4. (Punteggio massimo = 5)

Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2}x_1^2 + x_2 \\ & 0.5x_1 + x_2 = 1 \\ & x_1 - x_2 \leq 1 \end{aligned}$$

1. Esiste una soluzione globale (rispondere utilizzando esclusivamente il Teorema di Weierstrass).

VERO

FALSO

2. Il problema è convesso

VERO

FALSO

3. Il problema può avere soluzioni locali.

VERO

FALSO

4. Il punto $\bar{x} = (\frac{1}{2}, \frac{3}{4})^T$ soddisfa le condizioni necessarie di KKT.

VERO

FALSO

5. Il punto $\bar{x} = (\frac{1}{2}, \frac{3}{4})^T$ non è la soluzione globale del problema.

VERO

FALSO

Esercizio 5. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \max \quad & c^T x \\ & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

con A matrice $m \times n$ e $x \in R^n$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Il problema duale ha m variabili non vincolate in segno

VERO

FALSO

2. Il problema duale ha m vincoli di disuguaglianza

VERO

FALSO

3. Se \bar{x} è un punto tale che $A\bar{x} = b$, $\bar{x} \geq 0$, allora $c^T \bar{x} \leq c^T x^*$.

VERO

FALSO

4. Se il problema duale ha insieme ammissibile vuoto, allora il primale o ha insieme ammissibile vuoto o è illimitato.

VERO

FALSO

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \max \quad & 6x_1 + 2x_2 - x_3 \\ & 6x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \\ & x_1 - x_2 \leq 1 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

e sia $\bar{x} = (0 \ 0 \ 2)^T$. Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema.

1. Risulta $c^T x^* \geq -2$

VERO

FALSO

2. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & 4u_1 + u_2 \\ & 6u_1 + u_2 \geq 6 \\ & u_1 - u_2 \geq 2 \\ & u_1 \geq -\frac{1}{2} \\ & u_2 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO

FALSO

3. Il punto $\bar{u} = (4, 1)^T$ è ammissibile per il duale ed esiste una soluzione ottima per il primale.

VERO

FALSO

4. Esiste una soluzione ottima u^* per il duale e il valore ottimo della funzione obiettivo del problema duale si trova nell'intervallo $[-2, 17]$

VERO

FALSO

5. I punti $x^* = (0, 4, 0)^T$, $u^* = (0, 2)^T$ sono ottimi rispettivamente per il problema primale e per il problema duale

VERO

FALSO

Esercizio 7. (Punteggio massimo = 3) Un'industria alimentare produce cibo per animali. Deve pianificare la produzione giornaliera di due nuovi prodotti in scatola (S1,S2) che ottiene miscelando 3 prodotti base (B1,B2,B3). I due prodotti devono contenere un quantitativo percentuale minimo di carne e vengono venduti al prezzo (p_j) riportato in tabella:

	% min carne ($pmin_j$)	prezzo (p_j)
S1	7	16
S2	8	18

La tabella che segue riporta il contenuto percentuale ($perc_i$) di carne presente nei 3 componenti base, insieme al costo (c_i) unitario (euro/kg) e la quantità massima (q_i) disponibile giornalmente(in kg).

	B1	B2	B3
A	6	8	9
costo c_i	1	1.5	2.5
quantità q_i	110	80	60

Inoltre il prodotto S2 deve contenere almeno il 20% del prodotto di base B3. Formulare un modello lineare che permetta di pianificare la produzione dei due prodotti S1 e S2 in modo da massimizzare il profitto.

Una possibile formulazione è la seguente, dove le variabili di decisione x_{ij} , $i = 1, \dots, 3$, $j = 1, \dots, 2$ rappresentano la quantità di prodotto i utilizzata per produrre il prodotto in scatola di tipo j .

$$\begin{aligned}
 \max \quad & \sum_{j=1}^2 p_j \sum_{i=1}^3 x_{ij} - \sum_{i=1}^3 c_i \left(\sum_{j=1}^2 x_{ij} \right) \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^3 perc_i x_{ij} \geq pmin_j \left(\sum_{k=1}^3 x_{kj} \right), \quad j = 1, \dots, 2 \\
 & \sum_{j=1}^2 x_{ij} \leq q_i, \quad i = 1, \dots, 3 \\
 & x_{32} \geq pm \left(\sum_{i=1}^3 x_{i2} \right), \\
 & x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, 3, \quad j = 1, \dots, 2
 \end{aligned} \tag{1}$$

1. La seguente dichiarazione delle variabili è corretta:

```
set cibi;  
set compbase;  
var x{compbase,cibi}>= 0;
```

VERO

FALSO

2. Il seguente vincolo è corretto presumendo che siano stati correttamente dichiarati i parametri del problema e che sia stato dichiarato due insiemi: cibi contenenti gli elementi S1 e S2, compbase costituito dagli elementi B1, B2, B3:

```
s.t. vinc: x[3,2]<= pm*sum{i in compbase}x[i,2];
```

VERO

FALSO

3. Supponendo che siano stati dichiarati i due insiemi cibi e compbase e i parametri del problema siano stati dichiarati correttamente il seguente vincolo è corretto:

```
s.t. vinc1:sum{i in compbase, j in cibi}x[i,j]<=q[i];
```

VERO

FALSO