ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito A (giallo)

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – 2° anno

Cognome : **Nome** :

VALUTAZIONE
Per gli esercizi 1,2,3,4:
ogni risposta CORRETTA vale **1** PUNTO e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.
Per gli esercizi 5,6,7:
ogni risposta CORRETTA vale **0,25** PUNTI e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min\ x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 + 2x_1 x_2 + 2x_1^2 + x_1$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il punto $(0,\ -1)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine.

   VERO **X** FALSO

2. Il punto $(0,\ -1)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del secondo ordine.

   VERO **X** FALSO

3. L'approssimazione quadratica della funzione nell'intorno del punto $(-1,\ 0)^T$ è convessa.

   VERO FALSO **X**

4. Nel punto $x^0 = (0,\ 0)^T$ il passo $\alpha = \frac{1}{4}$ soddisfa una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente per ogni valore del parametro $\gamma \in (0, \frac{1}{2}])$.

   VERO **X** FALSO

5. Nel punto $x^0 = (-1,\ 0)^T$ è possibile definire la direzione di Newton che vale $d = (\frac{3}{4},\ -\frac{1}{2})^T$ ed è di discesa.

   VERO **X** FALSO

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \\ & x_1 + x_2 = 1 \\ & x_2 + x_3 = 1 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. L'insieme ammissibile è compatto

   VERO | FALSO **X**

2. L'insieme ammissibile è regolare

   VERO **X** | FALSO

3. Il punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ soddisfa, con opportuni moltiplicatori, le condizioni di KKT.

   VERO | FALSO **X**

4. Il punto $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ soddisfa, con opportuni moltiplicatori, le condizioni di KKT.

   VERO **X** | FALSO

5. La funzione

$$V(x;\epsilon) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - \epsilon \log(x_1 + x_2 - 1) - \epsilon \log(x_2 + x_3 - 1)$$

   è una funzione di penalità interna per il problema.

   VERO | FALSO **X**

Esercizio 3 . (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \quad & 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 \\ & x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ & 3x_1 - x_2 \leq 1 \\ & x_1,\ x_2,\ x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

Si indichi x^* la soluzione ottima di tale problema e con u^* la soluzione ottima del problema duale (se esistono) e sia $\bar{x} = (0, 1, 0)^T$.

Rispondere alle seguenti affermazioni.

1. Il problema

$$\begin{array}{ll} \max & u_1 - u_2 \\ & u_1 - 3u_2 \leq 3 \\ & u_1 + u_2 \leq 2 \\ & u_1 \geq 2 \\ & u_2 \geq 0 \end{array}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO **X**	FALSO

2. Il problema

$$\begin{array}{ll} \max & u_1 - u_2 \\ & u_1 + 3u_2 \leq 3 \\ & u_1 - u_2 \leq 2 \\ & -u_1 \leq -2 \\ & u_2 \geq 0 \end{array}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO	FALSO **X**

3. Se esiste la soluzione ottima u^* del problema duale, si ha $b^T u^* \geq 2$.

VERO	FALSO **X**

4. Il problema duale è vuoto ed il problema primale è illimitato inferiormente.

VERO	FALSO **X**

5. Il punto $u = (2,\ 0)^T$ è ammissibile e ottimo per il problema duale.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 4. (**Punteggio massimo = 3**) Siano dati i seguenti vincoli non lineari

$$\sum_{j=1}^{T} (c_j - a_{i,j})^2 \leq r^2 - s_i, \quad i = 1, \dots N$$

dove $c \in R^T, s \in R^N, r \in R$ sono variabili del problema mentre $a \in R^{N \times T}$ è una matrice di parametri. Rispondere alle seguenti affermazioni.

1. Una possibile dichiarazione dei parametri e delle variabili in AMPL è la seguente:

```
param T integer;
param N integer;
param a{N,T};
var r;
var c{T};
var s{N};
```

VERO	FALSO **X**

2. Una possibile traduzione AMPL dei vincoli è la seguente:

```
s.t.  vinc{j in 1..N}:sum{i in 1..T}(c[i]-a[j,i])**2<=r**2-s[j];
```

VERO **X**	FALSO

3. Supponiamo di avere nel file `.dat` le seguenti istruzioni:

```
param T:=3;
param N:=4;
```

allora una possibile inizializzazione delle variabili è la seguente:

```
let r:=1;
let c[1]:=0;
let c[2]:=2;
let c[3]:=1;
let s[1]:=1;
let s[2]:=1;
let s[3]:=1;
let s[4]:=1;
```

VERO **X**	FALSO

Esercizio 5. (**Punteggio massimo = 1**)

$$\min_{R^n} \frac{1}{2}x^TQx + c^Tx.$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $Q \succeq 0$ (semidefinita positiva) e $\bar{x}$ è un punto tale che $Q\bar{x} + c = 0$, allora $\bar{x}$ è un minimo locale ma non globale.

VERO	FALSO **X**

2. Se $Q \succ 0$ (definita positiva) il passo di una ricerca di linea esatta ha la forma

$$\alpha^* = -\frac{(Qx^k + c)^T d^k}{{d^k}^T Q d^k}.$$

VERO **X**	FALSO

3. Se $Q \succeq 0$ (è semidefinita positiva), esiste una soluzione al problema $\min_{R^n} \; f(x)$ se e solo se esiste una solzuione al sistema lineare $Qx = -c$.

VERO **X**	FALSO

4. Se $Q \succ 0$ (definita positiva) il metodo delle direzioni coniugate genera direzioni linearmente indipendenti.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \max & f(x) \\ & Ax = b \\ & \|x\|^2 \leq r \end{array}$$

con A matrice $m \times n$, b vettore in R^m, $r > 0$ finito. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema può NON avere soluzione

   VERO **X**   FALSO

2. Se $f(x)$ è convessa, allora il problema è convesso.

   VERO   FALSO **X**

3. Per il problema le condizioni di KKT si applicano solo nell'ipotesi di regolarità dei vincoli.

   VERO **X**   FALSO

4. Per la soluzione del problema si può utilizzare un metodi di penalità sequenziale esterna.

   VERO **X**   FALSO

Esercizio 7. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \max & c^T x \\ & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{array}$$

con A matrice $m \times n$ e $x \in R^n$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Le variabili duali sono m tutte vincolate ad essere non negative.

   VERO   FALSO **X**

2. Se il problema duale ammette soluzione ottima finita u^*, allora il valore ottimo della funzione obiettivo del problema duale soddisfa $c^T \bar{x} \leq b^T u^* \leq b^T \bar{u}$, per ogni $\bar{x}, \bar{u}$ ammissibile rispettivamente per il problema primale e per il duale.

   VERO **X**   FALSO

3. Se $\bar{x} \in R^n$ ammissibile per il primale e $\bar{u} \in R^m$ tale che $A^T \bar{u} \geq c$, sono tali che $b^T \bar{u} = c^T \bar{x}$, allora $\bar{x}, \bar{u}$ sono soluzioni ottime rispettivamente per il problema primale e per il duale.

   VERO **X**   FALSO

4. Se il problema primale è illimitato, allora il problema duale ha insieme ammissibile vuoto.

   VERO **X**   FALSO

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito B(azzurro)

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2º anno**

Cognome : **Nome** :

VALUTAZIONE
Per gli esercizi 1,2,3,4: ogni risposta CORRETTA vale **1** PUNTO e ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO), nessuna risposta vale **0** PUNTI. Per gli esercizi 5,6,7: ogni risposta CORRETTA vale **0,25** PUNTI e ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO), nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min\ x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 + 2x_1 x_2 + 2x_1^2 + \frac{8}{3}x_1$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il punto $(-\frac{2}{3},\ -\frac{2}{3})^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine.

   VERO **X** FALSO

2. Il punto $(-\frac{2}{3},\ -\frac{2}{3})^T$ soddisfa le condizioni sufficienti del secondo ordine.

   VERO FALSO **X**

3. L'approssimazione quadratica della funzione nell'intorno del punto $(0,\ -1)^T$ ammette un unico minimo.

   VERO FALSO **X**

4. Nel punto $x^0 = (0,\ 0)^T$ una ricerca di linea esatta lungo la direzione del metodo del gradiente determina il passo $\alpha^* = \frac{3}{2}$.

   VERO FALSO **X**

5. Nel punto $(0,\ -1)^T$ la direzione di Newton vale $d = (-\frac{5}{6},\ 0)^T$ ed è di discesa.

   VERO FALSO **X**

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \\ & x_1 + x_3 = 1 \\ & x_1 + x_2 = 1 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. L'insieme ammissibile è compatto

   VERO | FALSO **X**

2. L'insieme ammissibile è regolare

   VERO **X** | FALSO

3. Il punto $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ soddisfa, con opportuni moltiplicatori, le condizioni di KKT.

   VERO | FALSO **X**

4. Il punto $\begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ soddisfa, con opportuni moltiplicatori, le condizioni di KKT.

   VERO **X** | FALSO

5. La funzione

   $$V(x;\epsilon) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \frac{1}{\epsilon}(x_1 + x_2 - 1)^2 + \frac{1}{\epsilon}(x_2 + x_3 - 1)^2$$

   è una funzione di penalità sequenziale esterna per il problema.

   VERO **X** | FALSO

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \quad & 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 \\ & x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ & 3x_1 - x_2 \leq 1 \\ & x_1,\ x_2,\ x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

Si indichi x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste) e sia $\bar{x} = (0, 1, 0)^T$.
Rispondere alle seguenti affermazioni.

1. Il problema

   $$\begin{aligned} \max \quad & u_1 - u_2 \\ & u_1 - 3u_2 \leq 3 \\ & u_1 + u_2 \leq 2 \\ & u_1 \geq 4 \\ & u_2 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO **X** FALSO

2. Il problema

$$\begin{array}{ll} \max & u_1 - u_2 \\ & u_1 + 3u_2 \le 3 \\ & u_1 - u_2 \le 2 \\ & -u_1 \le -4 \\ & u_2 \ge 0 \end{array}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO FALSO **X**

3. Se esiste la soluzione ottima x^* del problema primale , si ha $c^T x^* \le 2$.

VERO **X** FALSO

4. Il problema duale è vuoto ed il problema primale è illimitato inferiormente.

VERO **X** FALSO

5. Il punto $u = (0,\ 1)^T$ è ammissibile e ottimo per il problema duale.

VERO FALSO **X**

Esercizio 4 . (**Punteggio massimo = 3**)

1. Sia dato un insieme S definito come segue

$$S = \{A, B, C, D, E\}$$

e tre vettori, $v1$ $v2$ e $v3$, definiti nel seguente modo

	A	B	C	D	E
v1	2	2	1	0	7
v2	1	1	0	0	3
v3	1	2	1	0	4

e supponendo che tali vettori siano stati dichiarati nel file `.mod` nel seguente modo

```
set S;
param v1{S}; param v2{S}; param v3{S};
```

allora una loro possibile definizione AMPL nel file `.dat` è la seguente

```
param:  v1  v3:=
     A  2   1
     B  2   2
     C  1   1
     D  0   0
     E  7   4;
```

```
param v2:=  A  1
            B  1
            C  0
            D  0
            E  3;
```

VERO **X**	FALSO

2. Siano dati i seguenti vincoli

$$x_{ij} + y_{ji} \leq a_{ij}, \quad \forall i \in S, \forall j \in T$$

dove x_{ij} e y_{ji} sono variabili, a_{ij} sono parametri e S e T sono due insiemi. Supponendo di aver correttamente dichiarato insiemi, parametri e variabili un possibile modo per esprimere tali vincoli in AMPL è il seguente:

```
s.t.  vinc{ i in S, j in T}:x[i,j]+y[j,i]<=a[i,j];
```

VERO **X**	FALSO

3. Sia data la seguente formulazione AMPL di un problema

```
set T;
set S;
param a{T};
var x{T};
var y{S};
maximize obiettivo:sum{i in T}x[i]*(sum{j in S} y[j]+1);
s.t.  vinc{i in T}:x[i]+a[i]<=0;
```

allora un possibile solutore di questo problema è CPLEX.

VERO	FALSO **X**

Esercizio 5. (**Punteggio massimo = 1**)

$$\min_{R^n} \; \frac{1}{2}x^TQx + c^Tx.$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $\bar{x}$ è un punto tale che $Q\bar{x} + c = 0$ e $Q \succeq 0$ (definita positiva), allora $\bar{x}$ è un punto di minimo globale.

VERO **X**	FALSO

2. La direzione del metodo del gradiente in un generico punti x^k è $d = -Qx^k - c$.

VERO **X**	FALSO

3. Se $Q \succ 0$ (è definita positiva) esiste sempre un'unica soluzione al problema $\min_{R^n} \; f(x)$.

VERO **X**	FALSO

4. Se $Q \succ 0$ (definita positiva) il metodo del gradiente coniugato genera direzioni linearmente indipendenti.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \min & f(x) \\ & Ax = b \\ & \|x\|^2 \leq r \end{array}$$

con A matrice $m \times n$, b vettore in R^m, $r > 0$ finito.. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema può NON avere soluzione

VERO **X**	FALSO

2. Se $f(x)$ è convessa, allora il problema è convesso.

VERO **X**	FALSO

3. Per il problema le condizioni di KKT si applicano solo nell'ipotesi di regolarità dei vincoli.

VERO **X**	FALSO

4. Per la soluzione del problema NON si può utilizzare un metodi di penalità sequenziale interna.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 7. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \max & c^T x \\ & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{array}$$

con A matrice $m \times n$ e $b, x \in R^n$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Le variabili duali sono m tutte vincolate ad essere non negative.

VERO **X**	FALSO

2. Se il problema primale ammette soluzione ottima finita x^*, allora il valore ottimo della funzione obiettivo del problema primale soddisfa $c^T\bar{x} \leq c^T x^* \leq b^T\bar{u}$, per ogni $\bar{x}, \bar{u}$ ammissibile rispettivamente per il problema primale e per il duale.

VERO **X**	FALSO

3. Se $\bar{u} \in R^m$ è un punto tale che $A^T\bar{u} \geq c$, allora $b^T\bar{u} \leq c^T x^*$.

VERO	FALSO **X**

4. Se il problema duale è vuoto, allora il problema primale ha insieme ammissibile vuoto oppure è illimitato.

VERO **X**	FALSO

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito C (verde)

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2º anno**

Cognome : **Nome** :

VALUTAZIONE
Per gli esercizi 1,2,3,4:
ogni risposta CORRETTA vale **1** PUNTO e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.
Per gli esercizi 5,6,7:
ogni risposta CORRETTA vale **0,25** PUNTI e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min\ x_1^2x_2 + x_1x_2^2 + 2x_1x_2 + 2x_1^2 + x_1$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il punto $(\frac{8}{3},\ -\frac{7}{3})^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine.

   VERO **X** FALSO

2. Il punto $(\frac{8}{3},\ -\frac{7}{3})^T$ soddisfa le condizioni necessarie del secondo ordine.

   VERO FALSO **X**

3. L'approssimazione quadratica della funzione nell'intorno del punto $(-\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2})^T$ è indefinita.

   VERO **X** FALSO

4. Nel punto $x^0 = (0,\ 0)^T$ una ricerca di linea esatta lungo la direzione del metodo del gradiente genera il punto $x = (\frac{1}{4},\ 0)^T$.

   VERO FALSO **X**

5. Nel punto $(-\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2})^T$ è possibile definire la direzione di Newton.

   VERO **X** FALSO

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \\ & x_2 + x_3 = 1 \\ & x_1 + x_3 = 1 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. L'insieme ammissibile è compatto

   VERO | FALSO **X**

2. L'insieme ammissibile NON è regolare

   VERO | FALSO **X**

3. Il punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ soddisfa, con opportuni moltiplicatori, le condizioni di KKT.

   VERO | FALSO **X**

4. Il punto $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$ soddisfa, con opportuni moltiplicatori, le condizioni di KKT.

   VERO **X** | FALSO

5. La funzione

   $$V(x;\epsilon) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \frac{1}{\epsilon}\max\{(0, x_1 + x_2 - 1\}^2 + \frac{1}{\epsilon}\max\{(0, x_2 + x_3 - 1\}^2$$

   è una funzione di penalità sequenziale esterna per il problema.

   VERO | FALSO **X**

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \quad & 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 \\ & 3x_1 - x_2 \geq 1 \\ & x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ & x_1,\ x_2,\ x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

Si indichi x^* la soluzione ottima di tale problema e con u^* la soluzione ottima del problema duale (se esistono) e sia $\bar{x} = (1, 0, 0)^T$.

Rispondere alle seguenti affermazioni.

1. Il problema

   $$\begin{aligned} \max \quad & u_1 + u_2 \\ & 3u_1 + u_2 \leq 3 \\ & -u_1 + u_2 \leq 2 \\ & u_2 \leq 2 \\ & u_1 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO | FALSO **X**

2. Il problema

$$\begin{array}{ll} \max & u_1 + u_2 \\ & 3u_1 + u_2 \geq 3 \\ & -u_1 + u_2 \geq 2 \\ & u_2 \leq 2 \\ & u_1 \geq 0 \end{array}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO | FALSO **X**

3. Se esiste u^*, si ha $b^T u^* \leq 18$.

VERO **X** | FALSO

4. Il problema duale ed il primale sono vuoti.

VERO | FALSO **X**

5. La coppia $x^* = (1,\ 0,\ 0)^T$, $u^* = (1,\ 2)^T$ è ottima rispettivamente per il problema primale e per il problema duale.

VERO | FALSO **X**

Esercizio 4 . (**Punteggio massimo = 3**)

1. Sia dato un insieme T definito come segue

$$T = \{A, B, C, D\}$$

e tre vettori, $v1$ $v2$ e $v3$, definiti nel seguente modo

	A	B	C	D
v1	1	5	1	0
v2	1	1	0	3
v3	2	2	1	8

e supponendo che tali vettori siano stati dichiarati nel file `.mod` nel seguente modo

```
set T;
param v1{T}; param v2{T}; param v3{T};
```

allora una loro possibile definizione AMPL, nel file `.dat`, è la seguente

```
param:  v1  v2  v3:=
     A   1   1  2
     B   5   1  2
     C   1   0  1
     D   0   3  8;
```

VERO **X** | FALSO

2. Siano dati i seguenti vincoli

$$\sum_{i \in S} x_{ij} + y_j \leq a_j, \quad \forall j \in T$$

dove x_{ij} e y_j sono variabili, a_j sono parametri e S e T sono due insiemi. Supponendo di aver correttamente dichiarato insiemi, parametri e variabili un possibile modo per esprimere tali vincoli in AMPL è il seguente:

```
s.t.  vinc{ j in T}:sum{i in S}x[j,i]+y[i]<=a[i];
```

VERO ☐ FALSO ☒

3. Sia data la seguente formulazione AMPL di un problema

```
set T;
set S;
param a{T};
var x{T};
var y{S};
maximize obiettivo:sum{i in T}x[i]+sum{j in S} y[j]+1;
s.t.  vinc{i in T}:x[i]+a[i]<=0;
s.t.  vinc{i in S}:y[i]-a[i]**2>=0;
```

allora un possibile solutore di questo problema è CPLEX.

VERO ☒ FALSO ☐

Esercizio 5. (**Punteggio massimo = 1**)

$$\min_{R^n} \frac{1}{2} x^T Q x + c^T x.$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $Q \succ 0$ (è definita positiva), esiste un unico punto di minimo globale.

VERO ☒ FALSO ☐

2. Se $Q \not\succeq 0$ (non semidefinita positiva) la funzione f ammette sempre un massimo.

VERO ☐ FALSO ☒

3. Se $Q \succeq 0$ (è semidefinita positiva), esiste sempre una soluzione al problema.

VERO ☐ FALSO ☒

4. Se $Q \succ 0$ (definita positiva) il metodo delle direzioni coniugate determina il minimo in al più n iterazioni.

VERO ☒ FALSO ☐

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \max & f(x) \\ & Ax = b \\ & \|x\|^2 \leq r \end{array}$$

con A matrice $m \times n$, b vettore in R^m, $r > 0$ finito.. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema può NON avere soluzione

   VERO **X** | FALSO

2. Se $f(x)$ è convessa, allora il problema è convesso.

   VERO | FALSO **X**

3. Per il problema le condizioni di KKT si applicano solo nell'ipotesi di regolarità dei vincoli.

   VERO **X** | FALSO

4. Per la soluzione del problema NON si può utilizzare un metodi di penalità sequenziale interna.

   VERO **X** | FALSO

Esercizio 7. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \min & c^T x \\ & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{array}$$

con A matrice $m \times n$ e $x \in R^n$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Le variabili duali sono m tutte non vincolate in segno.

   VERO **X** | FALSO

2. Se il problema duale ammette soluzione ottima finita u^*, allora il valore ottimo della funzione obiettivo del problema duale soddisfa $b^T \bar{u} \leq b^T u^* \leq c^T \bar{x}$, per ogni $\bar{x}, \bar{u}$ ammissibile rispettivamente per il problema primale e per il duale.

   VERO **X** | FALSO

3. Se $\bar{x} \in R^n$ ammissibile per il primale e $\bar{u} \in R^m$ tale che $A^T \bar{u} \geq c$, sono tali che $b^T \bar{u} = c^T \bar{x}$, allora $\bar{x}, \bar{u}$ sono soluzioni ottime rispettivamente per il problema primale e per il duale.

   VERO | FALSO **X**

4. Se il problema duale è illimitato, allora il problema primale ha insieme ammissibile vuoto.

   VERO **X** | FALSO