

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito A (giallo)Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2° anno**

Cognome :

Nome :

VALUTAZIONEPer gli **esercizi 1,2,3,4**:ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO eogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),nessuna risposta vale **0** PUNTI.Per gli **esercizi 5,6,7**:ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI eogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),nessuna risposta vale **0** PUNTI.**Esercizio 1.** (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min x_1^2 + \frac{1}{2}x_2^2 + 2x_3^2 + x_1x_2 + 2x_2x_3 + x_1 - 2x_3$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è convessa.

VERO

FALSO

X

2. La funzione ammette minimo.

VERO

FALSO

X3. Il punto $(-1, 1, 0)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine

VERO

X

FALSO

4. È possibile affermare che il punto $(-1, 1, 0)^T$ è un minimo globale.

VERO

FALSO

X5. Il passo $\alpha = \frac{1}{3}$ soddisfa una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente nel punto $x^0 = (\frac{1}{2}, 1, 0)^T$ (valore di $\gamma = \frac{1}{4}$).

VERO

X

FALSO

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1^2 + (x_2 - 1)^2 \\ & 0 \leq x_1 \leq x_2^2 \\ & 0 \leq x_2 \leq 1 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema non è convesso.

VERO FALSO

2. Per questo problema si può utilizzare il teorema di Weierstrass per garantire l'esistenza di una soluzione globale.

VERO FALSO

3. Il punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ non soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT.

VERO FALSO

4. L'insieme ammissibile non è regolare.

VERO FALSO

5. Il punto $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT.

VERO FALSO

Esercizio 3. (Punteggio massimo = 5) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \max \quad & -10x_1 - 6x_2 + 12x_3 \\ & 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 8 \\ & -5x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste).

1. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & 8u_1 + 6u_2 \\ & 2u_1 - 5u_2 \geq -10 \\ & 3u_1 - 2u_2 \geq -6 \\ & 4u_1 + 3u_2 \leq 12 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO

FALSO **X**

2. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & 8u_1 + 6u_2 \\ & 2u_1 - 5u_2 \geq -10 \\ & 3u_1 - 2u_2 \geq -6 \\ & 4u_1 + 3u_2 \geq 12 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO **X**

FALSO

3. Il punto $(2, 2)^T$ è ammissibile per il duale e si ha $c^T x^* \leq 24$.

VERO **X**

FALSO

4. I punti $x^* = (0, 0, 2)^T$ e $u^* = (0, 4)^T$ sono ottimi rispettivamente per il problema primale e per il problema duale.

VERO

FALSO **X**

5. Il problema duale è vuoto

VERO

FALSO **X**

Esercizio 4. (Punteggio massimo = 3) Sia dato il seguente problema di Ottimizzazione non lineare:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^5 c_i x_i^2 + \sum_{j=1}^6 d_j y_j \\ & \sum_{i=1}^5 t_{ij} x_i^2 - y_j \leq d_j \quad j = 1, \dots, 6 \\ & 0 \leq x_i \leq u_i \quad i = 1, \dots, 5 \\ & lb_j \leq y_j \leq ub_j \quad j = 1, \dots, 6 \end{aligned}$$

Dove x_i e y_j sono le variabili del problema mentre $c_i, u_i, lb_j, ub_j, d_j, t_{ij}$ con $i = 1, \dots, 5$ $j = 1, \dots, 6$ sono parametri del problema. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta:

```
param c{5};
param d{6};
param u{5};
param lb{6};
param ub{6};
param t{5,6};
var x{5};
var y{6};
```

VERO

FALSO **X**

2. La seguente dichiarazione della funzione obiettivo è errata:

```
minimize obiettivo: sum{i in 1..5}(c[i]*x[i]**2)+sum{j in 1..6}d[j]*y[j];
```

VERO

FALSO **X**

3. La seguente dichiarazione dei vincoli è corretta:

```
s.t. v1{j in 1..6}: sum{i=1..5}(t[i,j]*x[i]**2)-y[j]<=d[j];
s.t. box1{i in 1..5}: x[i]>=0;
s.t. box2{i in 1..5}: x[i]<=u[i];
s.t. box3{j in 1..6}: y[j]>=lb[j];
s.t. box4{j in 1..6}: y[j]<=ub[j];
```

VERO

FALSO **X**

Esercizio 5.(Punteggio massimo = 1)

Data una funzione $f(x) : R^n \rightarrow R$ con $f(x) \geq 0$ per ogni $x \in R^n$ si consideri il problema (P) di minimizzazione non vincolata della

$$\min_{R^n} f(x). \quad (P)$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Un punto \bar{x} tale che $f(\bar{x}) = 0$ è un minimo globale.

VERO **X**

FALSO

2. Se in un punto \bar{x} risulta $\nabla^2 f(\bar{x})$ semidefinita positiva, allora la funzione è convessa in R^n .

VERO

FALSO **X**

3. La funzione può avere minimi locali non globali.

VERO **X**

FALSO

4. Dato un punto x^0 , il metodo di Newton puro genera il punto

$$x^1 = x^0 - \nabla^2 f(x^0)^{-1} \nabla f(x^0)$$

VERO FALSO

Esercizio 6. (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

con $f : R^n \rightarrow R$, A matrice $m \times n$ e $b \in R^m$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $f(x)$ è convessa allora il problema è convesso.

VERO FALSO

2. È possibile definire una funzione di penalità esterna per il problema dato.

VERO FALSO

3. Se \bar{x} è un minimo locale allora soddisfa le condizioni di KKT.

VERO FALSO

4. Le condizioni di KKT sono condizioni necessarie di ottimo senza ipotesi di regolarità.

VERO FALSO

Esercizio 7. (Punteggio massimo = 1) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ & A_1 x \geq b_1 \\ & A_2 x = b_2 \end{aligned} \quad (P)$$

con A_1 matrice $m_1 \times n$, A_2 matrice $m_2 \times n$ e $x \in R^n$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Le variabili duali sono $m_1 + m_2$ tutte vincolate ad essere non negative.

VERO FALSO

2. Se il problema duale ammette soluzione ottima finita u^* , allora esiste una soluzione ammissibile \bar{x} del problema primale (P) tale che $c^T \bar{x} = b^T u^*$.

VERO FALSO

3. Se $\bar{u} = (\bar{u}_1, \bar{u}_2) \in R^{m_1} \times R^{m_2}$ è un punto tale che $A_1^T \bar{u}_1 + A_2^T \bar{u}_2 = c$, allora $b^T \bar{u} \leq c^T x^*$.

VERO FALSO

4. Se il problema primale è vuoto, allora il problema duale deve avere insieme ammissibile vuoto.

VERO FALSO

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito B (rosa)Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2° anno**

Cognome :

Nome :

VALUTAZIONEPer gli **esercizi 1,2,3,4**:ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO eogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),nessuna risposta vale **0** PUNTI.Per gli **esercizi 5,6,7**:ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI eogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),nessuna risposta vale **0** PUNTI.**Esercizio 1.** (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min x_1^2 + \frac{1}{2}x_2^2 + 2x_3^2 + x_1x_2 + x_2x_3 + x_1 - x_3$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è convessa.

VERO FALSO

2. La funzione ammette un unico punto di minimo globale.

VERO FALSO

3. Il punto
- $(-1, 1, 0)^T$
- soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine

VERO FALSO

4. È possibile affermare che il punto
- $(-1, 1, 0)^T$
- è un minimo globale.

VERO FALSO

5. Il passo
- $\alpha = \frac{1}{4}$
- soddisfa una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente nel punto
- $x^0 = (1, 1, 0)^T$
- (valore di
- $\gamma = \frac{1}{4}$
-).

VERO FALSO

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \max \quad & (x_1 - 1)^2 + x_2^2 \\ & 0 \leq x_1 \leq 1 \\ & 0 \leq x_2 \leq x_1^2 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema non è convesso.

VERO FALSO

2. Per questo problema si può utilizzare il teorema di Weierstrass per garantire l'esistenza di una soluzione globale.

VERO FALSO

3. Il punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ non soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT.

VERO FALSO

4. L'insieme ammissibile non è regolare.

VERO FALSO

5. Il punto $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT.

VERO FALSO

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \quad & 10x_1 + 6x_2 + 12x_3 \\ & -2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1 \\ & 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 \geq -1 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste) e sia $\bar{x} = (0, 0, 1/4)$.

1. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & u_1 - u_2 \\ & -2u_1 + 5u_2 \leq 10 \\ & 3u_1 - 2u_2 \leq 6 \\ & 4u_1 + 3u_2 \leq 12 \\ & u_2 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO FALSO

2. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & u_1 - u_2 \\ & -2u_1 + 5u_2 \leq 10 \\ & 3u_1 - 2u_2 \leq 6 \\ & 4u_1 + 3u_2 \leq 12 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO

FALSO

X

3. Si ha $c^T x^* \geq 3$.

VERO

FALSO

X

4. Il problema duale è vuoto

VERO

FALSO

X

5. I punti $(0, 1/3, 0)^T$ e $(2, 0)^T$ sono ottimi rispettivamente per il problema primale e per il problema duale.

VERO

X

FALSO

Esercizio 4. (Punteggio massimo = 3) Sia dato il seguente problema di Ottimizzazione non lineare:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^5 c_i x_i^2 + \sum_{j=1}^6 d_j y_j \\ & \sum_{i=1}^5 t_{ij} x_i^2 - y_j \leq d_j \quad j = 1, \dots, 6 \\ & 0 \leq x_i \leq u_i \quad i = 1, \dots, 5 \\ & lb_j \leq y_j \leq ub_j \quad j = 1, \dots, 6 \end{aligned}$$

Dove x_i e y_j sono le variabili del problema mentre $c_i, u_i, d_j, lb_j, ub_j, t_{ij}$ con $i = 1, \dots, 5$ $j = 1, \dots, 6$ sono parametri del problema. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta:

```
param c{1..5};
param d{1..6};
param u{1..5};
param lb{1..6};
param ub{1..6};
param t{1..5,1..6};
var x{1..5}>=0;
var y{1..6};
```

VERO

X

FALSO

2. La seguente dichiarazione della funzione obiettivo è corretta:

```
minimize obiettivo{j in 1..6}: sum{i in 1..5}(c[i]*x[i]**2)+d[j]*y[j];
```

VERO

FALSO

X

3. La seguente dichiarazione dei vincoli è corretta:

- s.t. $v1\{j \text{ in } 1..6\}: \text{sum}\{i=1..5\}t[i,j]*x[i]**2-y[j]<=d[j];$
s.t. box1: $\text{sum}\{i \text{ in } 1..5\}x[i]>=0;$
s.t. box2: $\text{sum}\{i \text{ in } 1..5\} x[i]<=u[i];$
s.t. box3: $\text{sum}\{j \text{ in } 1..6\}y[j]>=1b[j];$
s.t. box4: $\text{sum}\{j \text{ in } 1..6\}y[j]<=ub[j];$

VERO

FALSO

Esercizio 5.(Punteggio massimo = 1)

Data un una funzione $f(x) : R^n \rightarrow R$ con $f(x) \geq 0$ per ogni $x \in R^n$ si consideri il problema (P) di minimizzazione non vincolata della

$$\min_{R^n} f(x). \quad (P)$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Un punto \bar{x} tale che $\nabla f(\bar{x}) = 0$ è un minimo globale.

VERO

FALSO

2. Se risulta $\nabla^2 f(x)$ definita positiva per ogni $x \in R^n$, allora la funzione è convessa in R^n .

VERO

FALSO

3. La funzione ammette sempre un minimo.

VERO

FALSO

4. A partire da un punto x^0 , se $\nabla^2 f(x^k)$ è non singolare, il metodo di Newton puro genera un successione di punti

$$x^{k+1} = x^k - \nabla^2 f(x^k)^{-1} \nabla f(x^k), \quad k = 0, 1, \dots$$

VERO

FALSO

Esercizio 6. (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min & f(x) \\ & h(x) = 0 \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

con $f : R^n \rightarrow R$, $h : R^n \rightarrow R^p$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $f(x)$ è convessa e $h_i(x)$ sono convesse per ogni $i = 1, \dots, p$ allora il problema è convesso.

VERO

FALSO

2. È possibile definire una funzione di penalità interna per il problema dato.

VERO

FALSO **X**

3. Sia \bar{x} un punto ammissibile regolare. Se \bar{x} è un minimo locale allora soddisfa le condizioni di KKT.

VERO **X**

FALSO

4. Le condizioni di KKT sono condizioni necessarie di ottimo senza ipotesi di regolarità.

VERO

FALSO **X**

Esercizio 7. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \max \quad & c^T x \\ & A_1 x \leq b_1 \\ & A_2 x = b_2 \end{aligned} \quad (P)$$

con A_1 matrice $m_1 \times n$, A_2 matrice $m_2 \times n$ e $x \in R^n$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Le variabili duali sono $m_1 + m_2$, e le prime m_1 sono vincolate ad essere non negative.

VERO **X**

FALSO

2. Se il problema duale ammette soluzione ottima finita u^* , allora esiste una soluzione ammissibile \bar{x} del problema primale.

VERO **X**

FALSO

3. Se $\bar{u} = (\bar{u}_1, \bar{u}_2) \in R^{m_1} \times R^{m_2}$ è un punto tale che $A_1^T \bar{u}_1 + A_2^T \bar{u}_2 = c$, allora $b^T \bar{u} \geq c^T x^*$.

VERO

FALSO **X**

4. Se il problema primale è illimitato, allora il problema duale deve avere insieme ammissibile vuoto.

VERO **X**

FALSO

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito C (verde)Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2° anno**

Cognome :

Nome :

VALUTAZIONEPer gli **esercizi 1,2,3,4**:ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO eogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),nessuna risposta vale **0** PUNTI.Per gli **esercizi 5,6,7**:ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI eogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),nessuna risposta vale **0** PUNTI.**Esercizio 1.** (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min 2x_1^2 + \frac{1}{2}x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + x_2x_3 + 2x_3$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è convessa.

VERO

FALSO

X

2. La funzione è coerciva.

VERO

FALSO

X3. Il punto $(1, -2, 0)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine

VERO

X

FALSO

4. È possibile affermare che il punto $(1, -2, 0)^T$ è un minimo globale.

VERO

FALSO

X5. Il passo $\alpha = \frac{1}{3}$ soddisfa una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente nel punto $x^0 = (1, 1, 0)^T$ (valore di $\gamma = \frac{1}{3}$).

VERO

FALSO

X

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1^2 + (x_2 - 1)^2 \\ & 0 \leq x_1 \leq x_2^2 \\ & 0 \leq x_2 \leq 1 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema è convesso.

VERO FALSO

2. Per questo problema non si può utilizzare il teorema di Weierstrass per garantire l'esistenza di una soluzione globale.

VERO FALSO

3. Il punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT.

VERO FALSO

4. L'insieme ammissibile non è regolare.

VERO FALSO

5. Il punto $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ non soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT.

VERO FALSO

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \max \quad & 10x_1 - 6x_2 + 12x_3 \\ & -2x_1 - 3x_2 + 4x_3 \leq 10 \\ & 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste) e sia $\bar{x} = (1/5, 0, 0)$.

1. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & 10u_1 + u_2 \\ & -2u_1 + 5u_2 \geq 10 \\ & -3u_1 + 2u_2 \geq -6 \\ & 4u_1 + 3u_2 \geq 12 \\ & u_1 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO FALSO

2. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & 10u_1 + u_2 \\ & -2u_1 + 5u_2 \geq 10 \\ & -3u_1 + 2u_2 \geq -6 \\ & 4u_1 + 3u_2 \geq 12 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO

FALSO **X**

3. Si ha $c^T x^* \geq 2$.

VERO **X**

FALSO

4. Il problema duale è vuoto

VERO

FALSO **X**

5. I punti $(0, 0, 1/3)^T$ e $(0, 4)^T$ sono ottimi rispettivamente per il problema primale e per il problema duale.

VERO **X**

FALSO

Esercizio 4. (Punteggio massimo = 3) Sia dato il seguente problema di Ottimizzazione non lineare:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^5 c_i x_i^2 + \sum_{j=1}^6 d_j y_j \\ & \sum_{i=1}^5 t_{ij} x_i^2 - y_j \leq d_j \quad j = 1, \dots, 6 \\ & 0 \leq x_i \leq u_i \quad i = 1, \dots, 5 \\ & lb_j \leq y_j \leq ub_j \quad j = 1, \dots, 6 \end{aligned}$$

Dove x_i e y_j sono le variabili del problema mentre $c_i, u_i, lb_j, ub_j, d_j, t_{ij}$ con $i = 1, \dots, 5$ $j = 1, \dots, 6$ sono parametri del problema. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta (supponendo di assegnare in seguito $N=5, M=6$):

```
param N;  
param M;  
param c{1..N};  
param d{1..M};  
param u{1..N};  
param lb{1..M};  
param ub{1..M};  
param t{1..N, 1..M};  
var x{1..N}>=0;  
var y{1..M};
```

VERO **X**

FALSO

2. La seguente dichiarazione della funzione obiettivo è corretta:

minimize obiettivo: $\sum\{i \text{ in } 1..N\}(c[i]*x[i]**2)+\sum\{j \text{ in } 1..M\}d[j]*y[j];$

VERO FALSO

3. La seguente dichiarazione dei vincoli è corretta:

s.t. v1: $\sum\{i=1..N,j \text{ in } 1..M\}t[i,j]*x[i]**2-y[j]<=d[j];$
s.t. box1: $\sum\{i \text{ in } 1..N\}x[i]>=0;$
s.t. box2: $\sum\{i \text{ in } 1..N\} x[i]<=u[i];$
s.t. box3: $\sum\{j \text{ in } 1..M\}y[j]>=lb[j];$
s.t. box4: $\sum\{j \text{ in } 1..M\}y[j]<=ub[j];$

VERO FALSO

Esercizio 5.(Punteggio massimo = 1)

Data un una funzione $f(x) : R^n \rightarrow R$ con $f(x) \geq 0$ per ogni $x \in R^n$ si consideri il problema (P) di minimizzazione non vincolata della

$$\min_{R^n} f(x). \quad (P)$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se \bar{x} è un minimo locale, allora $\nabla f(\bar{x}) = 0$ e $\nabla^2 f(\bar{x}) \succeq 0$.

VERO FALSO

2. Se nel punto \bar{x} risulta $\nabla^2 f(\bar{x})$ definita positiva, allora la funzione è strettamente convessa in R^n .

VERO FALSO

3. La funzione può non ammettere minimo.

VERO FALSO

4. A partire da un punto x^0 , il metodo del gradiente definisce una direzione di discesa e genera un successione di punti del tipo

$$x^{k+1} = x^k - \alpha^k \nabla f(x^k), \quad k = 0, 1, \dots$$

VERO FALSO

Esercizio 6. (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min & f(x) \\ & h(x) = 0 \\ & Ax \leq b \end{aligned}$$

con $f : R^n \rightarrow R$, $h : R^n \rightarrow R^p$, A matrice $m \times n$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $f(x)$ è convessa e $h_i(x)$ sono lineari per ogni $i = 1, \dots, p$ allora il problema è convesso.

VERO FALSO

2. È possibile definire una funzione Lagrangiana aumentata per il problema dato.

VERO FALSO

3. Sia \bar{x} un punto ammissibile NON regolare. Se \bar{x} è un minimo locale allora soddisfa le condizioni di KKT.

VERO FALSO

4. L'insieme ammissibile non è mai regolare.

VERO FALSO

Esercizio 7. (Punteggio massimo = 1) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ & A_1 x = b_1 \\ & A_2 x \geq b_2 \\ & x \geq 0 \end{aligned} \quad (P)$$

con A_1 matrice $m_1 \times n$, A_2 matrice $m_2 \times n$ e $x \in R^n$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Le variabili duali sono $m_1 + m_2$ di cui m_1 sono vincolate in segno e m_2 sono non vincolate in segno.

VERO FALSO

2. L'insieme ammissibile del problema duale è dato da $u = (u_1, u_2) \in R^{m_1} \times R^{m_2}$ tali che $A_1^T u_1 + A_2^T u_2 \leq c$, $u_2 \geq 0$.

VERO FALSO

3. Se $\bar{u} = (\bar{u}_1, \bar{u}_2) \in R^{m_1} \times R^{m_2}$ è ammissibile per il duale, allora si ha $b^T \bar{u} \leq c^T x^*$.

VERO FALSO

4. Se il problema primale è vuoto, allora il problema duale può ammettere soluzione ottima finita.

VERO FALSO

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito D (bianco)Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2° anno**

Cognome :

Nome :

VALUTAZIONEPer gli **esercizi 1,2,3,4**:ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO eogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),nessuna risposta vale **0** PUNTI.Per gli **esercizi 5,6,7**:ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI eogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),nessuna risposta vale **0** PUNTI.**Esercizio 1.** (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min 2x_1^2 + \frac{1}{2}x_2^2 + x_3^2 + x_1x_2 + x_2x_3 + 4x_1 - 2x_3$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è convessa.

VERO FALSO

2. La funzione ammette un unico punto di minimo globale.

VERO FALSO

3. Il punto
- $(-1, 0, 1)^T$
- soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine

VERO FALSO

4. È possibile affermare che il punto
- $(-1, 0, 1)^T$
- è un minimo globale.

VERO FALSO

5. Il passo
- $\alpha = \frac{1}{4}$
- soddisfa una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente nel punto
- $x^0 = (1, 1, 0)^T$
- (valore di
- $\gamma = \frac{1}{4}$
-).

VERO FALSO

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \max \quad & (x_1 - 1)^2 + x_2^2 \\ & 0 \leq x_1 \leq 1 \\ & 0 \leq x_2 \leq x_1^2 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema è convesso.

VERO

FALSO

X

2. Per questo problema non si può utilizzare il teorema di Weierstrass per garantire l'esistenza di una soluzione globale.

VERO

FALSO

X

3. Il punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT.

VERO

X

FALSO

4. L'insieme ammissibile è regolare.

VERO

FALSO

X

5. Il punto $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ non soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT.

VERO

FALSO

X

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \quad & 10x_1 + 6x_2 + 12x_3 \\ & -2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \geq -1 \\ & 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 \geq 1 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste) e sia $\bar{x} = (1/2, 0, 0)$.

1. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & -u_1 + u_2 \\ & -2u_1 + 5u_2 \leq 10 \\ & 3u_1 - 2u_2 \leq 6 \\ & 4u_1 + 3u_2 \leq 12 \\ & u_1 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO

FALSO

X

2. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & -u_1 + u_2 \\ & -2u_1 + 5u_2 \leq 10 \\ & 3u_1 - 2u_2 \leq 6 \\ & 4u_1 + 3u_2 \leq 12 \\ & u_1 \geq 0, u_2 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO FALSO

3. Si ha $c^T x^* \geq 5$.

VERO FALSO

4. Il problema duale è vuoto

VERO FALSO

5. I punti $(1/5, 0, 0)^T$ e $(0, 2)^T$ sono ottimi rispettivamente per il problema primale e per il problema duale.

VERO FALSO

Esercizio 4. (Punteggio massimo = 3) Sia dato il seguente problema di Ottimizzazione non lineare:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^5 c_i x_i^2 + \sum_{j=1}^6 d_j y_j \\ & \sum_{i=1}^5 t_{ij} x_i^2 - y_j \leq d_j \quad j = 1, \dots, 6 \\ & 0 \leq x_i \leq u_i \quad i = 1, \dots, 5 \\ & lb_j \leq y_j \leq ub_j \quad j = 1, \dots, 6 \end{aligned}$$

Dove x_i e y_j sono le variabili del problema mentre $c_i, u_i, lb_j, ub_j, d_j, t_{ij}$ con $i = 1, \dots, 5$ $j = 1, \dots, 6$ sono parametri del problema. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta (supponendo di assegnare in seguito $N=5, M=6$):

```
param N;  
param M;  
param c{1..N};  
param d{1..M};  
param u{1..N};  
param lb{1..M};  
param ub{1..M};  
param t{1..N, 1..M};  
var x{1..N}>=0;  
var y{1..M};
```

VERO FALSO

2. La seguente dichiarazione della funzione obiettivo è corretta:

minimize obiettivo{ i in 1..N, j in 1..M}: (c[i]*x[i]**2)+d[j]*y[j];

VERO

FALSO **X**

3. La seguente dichiarazione dei vincoli è corretta:

s.t. v1{j in 1..M}: sum{i=1..N}t[i,j]*x[i]**2-y[j]<=d[j];
s.t. box1{i in 1..N}:x[i]>=0;
s.t. box2{i in 1..N}:x[i]<=u[i];
s.t. box3{j in 1..M}:y[j]>=lb[j];
s.t. box4{j in 1..M}:y[j]<=ub[j];

VERO

FALSO **X**

Esercizio 5.(Punteggio massimo = 1)

Data un una funzione $f(x) : R^n \rightarrow R$ con $f(x) \geq 0$ per ogni $x \in R^n$ si consideri il problema (P) di minimizzazione non vincolata della

$$\min_{R^n} f(x). \quad (P)$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se in un punto \bar{x} risulta $\nabla f(\bar{x}) = 0$ e $\nabla^2 f(\bar{x}) \not\geq 0$ allora \bar{x} NON è un minimo locale.

VERO **X**

FALSO

2. Se nel punto \bar{x} risulta $\nabla^2 f(\bar{x})$ semidefinita positiva, allora la funzione è convessa in R^n .

VERO

FALSO **X**

3. Se esiste un punto \bar{x} tale che $f(\bar{x}) = 0$, allora esiste un minimo.

VERO **X**

FALSO

4. A partire da un punto x^0 , il metodo del gradiente definisce una direzione di discesa e genera un successione di punti del tipo

$$x^{k+1} = x^k - \nabla^2 f(x^k) \nabla f(x^k), \quad k = 0, 1, \dots$$

VERO

FALSO **X**

Esercizio 6. (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & g(x) \leq 0 \\ & Ax = b \end{aligned}$$

con $f : R^n \rightarrow R, g : R^n \rightarrow R^p, A$ matrice $m \times n$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $f(x)$ è convessa e $g_j(x)$ sono convesse per ogni $j = 1, \dots, p$ allora il problema è convesso.

VERO FALSO

2. È possibile definire una funzione di penalità interna per il problema dato.

VERO FALSO

3. Se \bar{x} è un minimo locale allora soddisfa le condizioni di KKT.

VERO FALSO

4. Le condizioni di KKT sono condizioni necessarie di ottimo senza ipotesi di regolarità.

VERO FALSO

Esercizio 7. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \max \quad & c^T x \\ & A_1 x = b_1 \\ & A_2 x \leq b_2 \\ & x \geq 0 \end{aligned} \tag{P}$$

con A_1 matrice $m_1 \times n$, A_2 matrice $m_2 \times n$ e $x \in R^n$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Le variabili duali sono $m_1 + m_2$ di cui m_1 sono non vincolate in segno e m_2 sono vincolate in segno.

VERO **X** FALSO

2. L'insieme ammissibile del problema duale è dato da $u = (u_1, u_2) \in R^{m_1} \times R^{m_2}$ tali che $A_1^T u_1 + A_2^T u_2 \geq c, u_1 \geq 0$.

VERO FALSO **X**

3. Se $\bar{u} = (\bar{u}_1, \bar{u}_2) \in R^{m_1} \times R^{m_2}$ è ammissibile per il duale, allora si ha $b^T \bar{u} \leq c^T x^*$.

VERO FALSO **X**

4. Se il problema duale è vuoto, allora il problema primale può ammettere soluzione ottima finita.

VERO FALSO **X**