

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito A (giallo)Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2° anno**

Cognome :

Nome :

Voto :

VALUTAZIONEPer gli **esercizi 1,2,3,4**:ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO eogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),nessuna risposta vale **0** PUNTI.Per gli **esercizi 5,6,7**:ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI eogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),nessuna risposta vale **0** PUNTI.**Esercizio 1.** (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_1 - 2x_2 - 3x_3$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è convessa.

VERO FALSO

2. La funzione ammette minimo.

VERO FALSO 3. Il punto $(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordineVERO FALSO 4. È possibile affermare che il punto $(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})^T$ è un minimo globale.VERO FALSO 5. Il passo $\alpha = \frac{1}{2}$ soddisfa una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente nel punto $x^0 = (1, 0, 0)^T$ (valore di $\gamma = \frac{1}{4}$).VERO FALSO

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1^2 + (x_2 - 1)^2 \\ & x_1 \geq 1 \\ & x_1 \geq x_2^2 \\ & x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. L'insieme ammissibile è regolare.

VERO	X	FALSO
------	----------	-------

2. Il problema ha un'unica soluzione globale.

VERO	X	FALSO
------	----------	-------

3. Le condizioni necessarie di KKT sono anche sufficienti.

VERO	X	FALSO
------	----------	-------

4. Il punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT

VERO	X	FALSO
------	----------	-------

5. Se nel primo vincolo a 1 si sostituisce 0.9 la soluzione migliora

VERO	X	FALSO
------	----------	-------

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \quad & 4x_1 + 12x_2 + 8x_3 \\ & -2x_1 + 4x_2 - x_3 = -1 \\ & -x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -2 \\ & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste) e sia $\bar{x} = (7/4, 3/4, 1/2)^T$.

1. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & -u_1 - 2u_2 \\ & -2u_1 - u_2 \leq 4 \\ & 4u_1 - 3u_2 \leq 12 \\ & -u_1 + 4u_2 \leq 8 \\ & u_1, u_2 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO	FALSO	X
------	-------	----------

2. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & -u_1 - 2u_2 \\ & -2u_1 - u_2 \leq 4 \\ & 4u_1 - 3u_2 \leq 12 \\ & -u_1 + 4u_2 \leq 8 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO FALSO

3. Il punto $(10, 2)^T$ è ammissibile per il duale e si ha $c^T x^* \geq -14$.

VERO FALSO

4. I punti $x^* = (11/10, 3/10, 0)^T$ e $u^* = (0, -4)^T$ sono ottimi rispettivamente per il problema primale e per il problema duale.

VERO FALSO

5. Il problema duale è illimitato.

VERO FALSO

Esercizio 4. (Punteggio massimo = 3) Sia dato il seguente problema di Ottimizzazione non lineare:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^5 c_i y_j x_i^2 + \sum_{j=1}^4 d_j y_j \\ & \sum_{i=1}^5 t_{ij} (x_i^2 \sqrt{y_j}) \leq d_j \quad j = 1, \dots, 4 \\ & lb_j \leq y_j \leq ub_j \quad j = 1, \dots, 4 \end{aligned}$$

Dove x_i e y_j sono le variabili del problema mentre $c_i, d_j, lb_j, ub_j, t_{ij}$ con $i = 1, \dots, 5, j = 1, \dots, 4$ sono parametri del problema. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta:

```
param c{5};
param d{4};
param u{5};
param lb{4};
param ub{4};
param t{5,4};
var x{5};
var y{4};
```

VERO FALSO

2. La seguente dichiarazione della funzione obiettivo è errata:

```
minimize obiettivo: sum{i in 1..5}sum{j in 1..4}(c[i]*x[i]**2*y[j])
                    +sum{j in 1..4}d[j]*y[j];
```

VERO FALSO

3. La seguente dichiarazione dei vincoli è corretta:

- s.t. v1: $\sum_{i=1..5} \sum_{j \text{ in } 1..4} t[i, j] * x[i] ** 2 * \text{sqrt}(y[j]) \leq d[j]$;
s.t. box3{j in 1..4}: $y[j] \geq lb[j]$;
s.t. box4{j in 1..4}: $y[j] \leq ub[j]$;

VERO FALSO

Esercizio 5. (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema (P) di minimizzazione non vincolata

$$\min_{R^n} f(x).$$

con $x \in R^n$.

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Un punto \bar{x} tale che $\nabla f(\bar{x}) = 0$ è un minimo locale.

VERO FALSO

2. Sia f convessa, allora $\nabla^2 f(x) \succeq 0$ per ogni $x \in R^n$.

VERO FALSO

3. La direzione di Newton è definita in un qualunque punto x^k .

VERO FALSO

4. Il metodo del gradiente determina, se esiste, il minimo della funzione in al più n passi.

VERO FALSO

Esercizio 6. (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\max f(x) \\ Ax = b$$

con $f : R^n \rightarrow R$, A matrice $m \times n$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $f(x)$ è convessa allora il problema è convesso.

VERO FALSO

2. Il problema si può risolvere utilizzando un metodo basato su un Lagrangiano aumentato.

VERO FALSO

3. Le condizioni necessarie di KKT richiedono la regolarità dei vincoli.

VERO FALSO

4. Se $L(x, \mu) = -f(x) + \mu^T(Ax - b)$, risulta $\nabla^2 L(x, \mu) = -\nabla^2 f(x)$.

VERO FALSO

Esercizio 7 . (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \max \quad & c_1^T x_1 + c_2^T x_2 \\ & A_1 x_1 + A_2 x_2 \leq b \\ & x_1 \geq 0 \end{aligned} \tag{P}$$

con A_1 matrice $m \times n_1$, A_2 matrice $m \times n_2$ e $x = (x_1, x_2) \in R^{n_1} \times R^{n_2}$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Le variabili duali sono m tutte vincolate ad essere non negative.

VERO **X** FALSO

2. Se il problema duale ammette soluzione ottima finita, allora anche il problema primale ammette soluzione ottima finita e all'ottimo si può avere $b^T u^* < c^T x^*$.

VERO FALSO **X**

3. Se $\bar{u} \in R^m$ è un punto tale che $A_1^T \bar{u} \geq c_1$ and $A_2^T \bar{u} = c_2$, $\bar{u} \geq 0$, allora $b^T \bar{u} \geq c^T x^*$.

VERO **X** FALSO

4. Se $\bar{u} \in R^m$ è un punto tale che $A_1^T \bar{u} + A_2^T \bar{u} = c_1 + c_2$, $\bar{u} \geq 0$, allora \bar{u} è un punto ammissibile del duale.

VERO FALSO **X**

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito B (rosa)

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – 2° anno

Cognome :

Nome :

Voto :

VALUTAZIONE

Per gli **esercizi 1,2,3,4**:

ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO e

ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),

nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Per gli **esercizi 5,6,7**:

ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI e

ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),

nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min x_1^4 - x_2^4 + 4x_1^2x_2^2 + \frac{1}{2}x_2$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il punto $(0, \frac{1}{2})^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine.

VERO

FALSO

2. Il punto $(0, \frac{1}{2})^T$ soddisfa le condizioni necessarie del secondo ordine

VERO

FALSO

3. È possibile affermare che il punto $(0, \frac{1}{2})^T$ è un minimo locale.

VERO

FALSO

4. L'approssimazione quadratica della funzione nell'intorno del punto $x^0 = (1, 0)^T$ ammette un unico punto di minimo.

VERO

FALSO

5. La direzione di Newton nel punto $x^0 = (1, 0)^T$ è definita ed è di discesa.

VERO

FALSO

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & (x_1 - 1)^2 + x_2^2 \\ & x_1 \geq 0 \\ & x_2 \geq 1 \\ & x_2 \geq x_1^2 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. L'insieme ammissibile è regolare.

VERO FALSO

2. Il problema ha un'unica soluzione globale.

VERO FALSO

3. Le condizioni necessarie di KKT sono anche sufficienti.

VERO FALSO

4. Il punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT.

VERO FALSO

5. Se nel secondo vincolo a 1 si sostituisce 1.1 la soluzione migliora.

VERO FALSO

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \max \quad & -4x_1 - 12x_2 + 8x_3 \\ & 2x_1 - 4x_2 - x_3 \leq 1 \\ & x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 1 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste) e sia $\bar{x} = (0, 1/3, 0)$.

1. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & u_1 + u_2 \\ & 2u_1 + u_2 \geq -4 \\ & -4u_1 + 3u_2 \geq -12 \\ & -u_1 + 4u_2 \geq 8 \\ & u_2 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO FALSO

2. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & u_1 + u_2 \\ & 2u_1 + u_2 \geq -4 \\ & -4u_1 + 3u_2 \geq -12 \\ & -u_1 + 4u_2 \geq 8 \\ & u_1, u_2 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO FALSO

3. Si ha $c^T x^* \geq -4$.

VERO FALSO

4. La funzione obiettivo all'ottimo vale 2.

VERO FALSO

5. I punti $(0, 0, 1/4)^T$ e $(0, 2)^T$ sono ottimi rispettivamente per il problema primale e per il problema duale.

VERO FALSO

Esercizio 4. (Punteggio massimo = 3) Sia dato il seguente problema di Ottimizzazione non lineare:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^5 c_i x_i^2 y_j + \sum_{j=1}^4 d_j y_j \\ & \sum_{i=1}^5 t_{ij} (x_i^2 \sqrt{y_j}) \leq d_j \quad j = 1, \dots, 4 \\ & lb_j \leq y_j \leq ub_j \quad j = 1, \dots, 4 \end{aligned}$$

Dove x_i e y_j sono le variabili del problema mentre $c_i, d_j, lb_j, ub_j, t_{ij}$ con $i = 1, \dots, 5, j = 1, \dots, 4$ sono parametri del problema. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta (assumendo che in seguito siano assegnati i valori $N=5, M=4$):

```
param N;  
param M;  
param c{1..N};  
param d{1..M};  
param lb{1..M};  
param ub{1..M};  
param t{1..N, 1..M};  
var x{1..N};  
var y{1..M};
```

VERO FALSO

2. La seguente dichiarazione della funzione obiettivo è corretta:

minimize obiettivo: $\text{sum}\{i \text{ in } 1..N\}(c[i]*x[i]**2*y[j])+d[j]*y[j];$

VERO

FALSO **X**

3. La seguente dichiarazione dei vincoli è corretta:

s.t. $v1\{j \text{ in } 1..M\}: \text{sum}\{i=1..N\}t[i,j]*x[i]**2-y[j]<=d[j];$
s.t. $\text{box3}:\text{sum}\{j \text{ in } 1..M\}y[j]>=lb[j];$
s.t. $\text{box4}:\text{sum}\{j \text{ in } 1..M\}y[j]<=ub[j];$

VERO

FALSO **X**

Esercizio 5. (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema (P) di minimizzazione non vincolata della una funzione $f(x) = \|x - c\|^2$ ovvero si consideri il problema

$$\min_{R^n} \|x - c\|^2.$$

con $x \in R^n$, c vettore di R^n .

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il punto $\bar{x} = c$ è un minimo globale.

VERO **X**

FALSO

2. La funzione è quadratica e strettamente convessa.

VERO **X**

FALSO

3. La funzione può avere minimi locali non globali.

VERO

FALSO **X**

4. Il metodo del gradiente con ricerca di linea esatta converge al minimo della funzione.

VERO **X**

FALSO

Esercizio 6. (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\min f(x) \\ Ax = b$$

con $f : R^n \rightarrow R$, A matrice $m \times n$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $f(x)$ è convessa allora il problema è strettamente convesso.

VERO

FALSO **X**

2. Il problema si può risolvere utilizzando un metodo di penalità interna.

VERO FALSO

3. Le condizioni necessarie di KKT NON richiedono la regolarità dei vincoli.

VERO FALSO

4. Risulta $\nabla^2 L(x, \mu) = \nabla^2 f(x)$.

VERO FALSO

Esercizio 7 . (Punteggio massimo = 1) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \max \quad & c_1^T x_1 + c_2^T x_2 \\ & A_1 x_1 + A_2 x_2 = b \\ & x_1 \geq 0 \end{aligned} \quad (P)$$

con A_1 matrice $m \times n_1$, A_2 matrice $m \times n_2$ e $x = (x_1, x_2)^T \in R^{n_1} \times R^{n_2}$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Il problema duale ha $n_1 + n_2$ vincoli.

VERO FALSO

2. Se il problema duale ammette soluzione ottima finita u^* , allora esiste una soluzione ammissibile \bar{x} del problema primale.

VERO FALSO

3. Se $\bar{u} \in R^m$ è un punto tale che $A_1^T \bar{u} + A_2^T \bar{u} = c_2$, allora \bar{u} è ammissibile per il duale.

VERO FALSO

4. Se il problema primale è illimitato, allora il problema duale deve avere insieme ammissibile vuoto.

VERO FALSO

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito C (verde)Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2° anno**

Cognome :

Nome :

Voto :

VALUTAZIONEPer gli **esercizi 1,2,3,4**:ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO eogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),nessuna risposta vale **0** PUNTI.Per gli **esercizi 5,6,7**:ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI eogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),nessuna risposta vale **0** PUNTI.**Esercizio 1.** (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - \frac{5}{2}x_1 - 3x_2 - 2x_3$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è coerciva.

VERO	X	FALSO
------	----------	-------

2. Esiste un unico punto che risolve $\nabla f(x) = 0$.

VERO	X	FALSO
------	----------	-------

3. Il punto $(1, \frac{1}{4}, 0)^T$ è un minimo globale

VERO	X	FALSO
------	----------	-------

4. La funzione è strettamente convessa.

VERO	X	FALSO
------	----------	-------

5. Il passo $\alpha = \frac{5}{26}$ soddisfa una ricerca di linea esatta lungo la direzione del metodo del gradiente nel punto $x^0 = (1, 0, 0)^T$.

VERO	X	FALSO
------	----------	-------

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1^2 + (x_2 - 1)^2 \\ & x_1 \geq 1 \\ & x_1 \geq x_2^2 \\ & x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. L'insieme ammissibile non è regolare.

VERO

FALSO **X**

2. Il problema ha un'unica soluzione globale.

VERO **X**

FALSO

3. Le condizioni necessarie di KKT non sono anche sufficienti.

VERO

FALSO **X**

4. Il punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ non soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT

VERO

FALSO **X**

5. Se nel primo vincolo a 1 si sostituisce 0.9 la soluzione non migliora

VERO

FALSO **X**

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \max \quad & -4x_1 - 12x_2 + 8x_3 \\ & 2x_1 - 4x_2 - x_3 = 1 \\ & x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste).

1. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & u_1 + u_2 \\ & 2u_1 + u_2 \geq -4 \\ & -4u_1 + 3u_2 \geq -12 \\ & -u_1 + 4u_2 \geq 8 \\ & u_1 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO

FALSO **X**

2. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & u_1 + u_2 \\ & 2u_1 + u_2 \geq -4 \\ & -4u_1 + 3u_2 \geq -12 \\ & -u_1 + 4u_2 \geq 8 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO FALSO

3. Il punto $(6, 0)$ è ammissibile per il duale e si ha $c^T x^* \geq 6$.

VERO FALSO

4. La funzione obiettivo all'ottimo vale $-4/3$.

VERO FALSO

5. I punti $(5/9, 0, 1/9)^T$ e $(-8/3, 4/3)^T$ sono ottimi rispettivamente per il problema primale e per il problema duale.

VERO FALSO

Esercizio 4. (Punteggio massimo = 3) Sia dato il seguente problema di Ottimizzazione non lineare:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^4 c_i x_i^2 y_j^2 + \sum_{j=1}^6 d_j y_j^3 \\ & \sum_{i=1}^5 t_{ij} x_i^2 \log(y_j) \leq d_j \quad j = 1, \dots, 6 \\ & lb_j \leq y_j \leq ub_j \quad j = 1, \dots, 6 \end{aligned}$$

Dove x_i e y_j sono le variabili del problema mentre $c_i, d_j, lb_j, ub_j, t_{ij}$ con $i = 1, \dots, 5, j = 1, \dots, 6$ sono parametri del problema. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta (assumendo che in seguito siano assegnati i valori $N=5, M=4$):

```
param N;  
param M;  
param c{1..N};  
param d{1..M};  
param lb{1..M};  
param ub{1..M};  
param t{1..N, 1..M};  
var x{1..N};  
var y{1..M};
```

VERO FALSO

2. La seguente dichiarazione della funzione obiettivo è corretta:

```
minimize obiettivo{j in 1..M}: sum{i in 1..N}(c[i]*(x[i]**2)*y[j]**2)  
+sum{j in 1..M}d[j]*y[j];
```

VERO FALSO

3. La seguente dichiarazione dei vincoli è corretta:

- s.t. $v1\{j \text{ in } 1..M\}: \sum\{i=1..N\}t[i,j]*(x[i]**2*\log(y[j]))\leq d[j];$
s.t. $\text{box3}:\sum\{j \text{ in } 1..M\}y[j]\geq 1b[j];$
s.t. $\text{box4}:\sum\{j \text{ in } 1..M\}y[j]\leq ub[j];$

 VERO FALSO

Esercizio 5. (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema (P) di minimizzazione non vincolata

$$\min_{R^n} f(x).$$

con $x \in R^n$.

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Un punto \bar{x} tale che $\nabla f(\bar{x}) = 0$ e $\nabla^2 f(\bar{x}) \succ 0$ è un minimo locale.

 VERO FALSO

2. Sia f strettamente convessa, allora $\nabla^2 f(x) \succ 0$ per ogni $x \in R^n$.

 VERO FALSO

3. La direzione di Newton è sempre di discesa.

 VERO FALSO

4. Il metodo di Newton puro ha rapidità di convergenza quadratica.

 VERO FALSO

Esercizio 6. (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b \end{aligned}$$

con $f : R^n \rightarrow R$, A matrice $m \times n$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $f(x)$ è convessa allora il problema è convesso.

 VERO FALSO

2. Il problema si può risolvere utilizzando un metodo di penalità esterna.

 VERO FALSO

3. Le condizioni necessarie di KKT richiedono la regolarità dei vincoli.

 VERO FALSO

4. Risulta $\nabla^2 L(x, \mu) \neq \nabla^2 f(x)$.

 VERO FALSO

Esercizio 7 . (Punteggio massimo = 1) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \min \quad & c_1^T x_1 + c_2^T x_2 \\ & A_1 x_1 + A_2 x_2 = b \\ & x_2 \geq 0 \end{aligned} \tag{P}$$

con A_1 matrice $m \times n_1$, A_2 matrice $m \times n_2$ e $x = (x_1, x_2) \in R^{n_1} \times R^{n_2}$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Il problema duale ha n_1 vincoli di uguaglianza e n_2 vincoli di disuguaglianza.

VERO FALSO

2. L'insieme ammissibile del problema duale è dato da $u \in R^m$ tali che $A_1^T u = c_1$, $A_2^T u \leq c_2$, $u \geq 0$.

VERO FALSO

3. Se $\bar{u} \in R^m$ è ammissibile per il duale, allora si ha $b^T \bar{u} \leq c^T x^*$.

VERO FALSO

4. Se il problema primale è vuoto, il problema duale può non essere vuoto.

VERO FALSO

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito D (bianco)Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2° anno**

Cognome :

Nome :

Voto :

VALUTAZIONEPer gli **esercizi 1,2,3,4**:ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO eogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),nessuna risposta vale **0** PUNTI.Per gli **esercizi 5,6,7**:ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI eogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),nessuna risposta vale **0** PUNTI.**Esercizio 1.** (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min x_1^4 - x_2^4 + 4x_1^2x_2^2 + 4x_2$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il punto $(0, 1)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine.

VERO

X

FALSO

2. Il punto $(0, 1)^T$ soddisfa le condizioni sufficienti del secondo ordine

VERO

FALSO

X3. È possibile affermare che il punto $(0, 1)^T$ è un minimo globale.

VERO

FALSO

X4. L'approssimazione quadratica della funzione nell'intorno del punto $x^0 = (1, 1)^T$ non ammette minimo.

VERO

X

FALSO

5. Nel punto $x^0 = (1, 0)^T$ la direzione di Newton è definita e risulta essere di discesa.

VERO

X

FALSO

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & (x_1 - 1)^2 + x_2^2 \\ & x_1 \geq 0 \\ & x_2 \geq 1 \\ & x_2 \geq x_1^2 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. L'insieme ammissibile non è regolare.

VERO

FALSO **X**

2. Il problema ha un'unica soluzione globale.

VERO **X**

FALSO

3. Le condizioni necessarie di KKT non sono anche sufficienti.

VERO

FALSO **X**

4. Il punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ non soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT.

VERO

FALSO **X**

5. Se nel secondo vincolo a 1 si sostituisce 1.1 la soluzione non migliora.

VERO **X**

FALSO

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \quad & -4x_1 + 12x_2 + 8x_3 \\ & 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 4 \\ & x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 1 \\ & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste).

1. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & 4u_1 + u_2 \\ & 2u_1 + u_2 \leq -4 \\ & 4u_1 - 3u_2 \leq 12 \\ & -u_1 + 4u_2 \leq 8 \\ & u_1 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO

FALSO **X**

2. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & 4u_1 + u_2 \\ & 2u_1 + u_2 \leq -4 \\ & 4u_1 - 3u_2 \leq 12 \\ & -u_1 + 4u_2 \leq 8 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO FALSO

3. Il punto $\bar{u} = (-5, -2)^T$ è ammissibile per il problema duale e si ha $c^T x^* \geq -22$.

VERO FALSO

4. La funzione obiettivo all'ottimo vale -4.

VERO FALSO

5. I punti $(8/5, 1/5, 0)^T$ e $(0, -4)^T$ sono ottimi rispettivamente per il problema primale e per il problema duale.

VERO FALSO

Esercizio 4. (Punteggio massimo = 3) Sia dato il seguente problema di Ottimizzazione non lineare:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^5 c_i x_i^2 y_j + \sum_{j=1}^4 d_j y_j \\ & \sum_{i=1}^5 t_{ij} (x_i^2 \sqrt{y_j}) \leq d_j \quad j = 1, \dots, 4 \\ & lb_j \leq y_j \leq ub_j \quad j = 1, \dots, 4 \end{aligned}$$

Dove x_i e y_j sono le variabili del problema mentre $c_i, d_j, lb_j, ub_j, t_{ij}$ con $i = 1, \dots, 5, j = 1, \dots, 4$ sono parametri del problema. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta (assumendo che in seguito siano assegnati i valori $N=5, M=4$):

```
param N;  
param M;  
param c{1..N};  
param d{1..M};  
param lb{1..M};  
param ub{1..M};  
param t{1..N, 1..M};  
var x{1..N};  
var y{1..M};
```

VERO FALSO

2. La seguente dichiarazione della funzione obiettivo è errata:

```
minimize obiettivo: sum{i in 1..N}(c[i]*(x[i]**2)*y[j])  
                  +d[j]*y[j];
```

VERO

FALSO

3. La seguente dichiarazione dei vincoli è errata:

$$\begin{aligned} \text{s.t. } & \text{v1}\{j \text{ in } 1..M\}: \text{sum}\{i=1..N\}t[i,j]*(x[i]**2)-y[j] \leq d[j]; \\ \text{s.t. } & \text{box3:sum}\{j \text{ in } 1..M\}y[j] \geq lb[j]; \\ \text{s.t. } & \text{box4:sum}\{j \text{ in } 1..M\}y[j] \leq ub[j]; \end{aligned}$$

VERO	<input checked="" type="checkbox"/>	FALSO
------	-------------------------------------	-------

Esercizio 5. (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema (P) di minimizzazione non vincolata della una funzione $f(x) = (x-a)^T(x+a)$ ovvero si consideri il problema

$$\min_{R^n} (x-a)^T(x+a).$$

con $x \in R^n$, e a vettore assegnato di R^n .

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il punto $\bar{x} = 0$ è l'unico punto di minimo globale.

VERO	<input checked="" type="checkbox"/>	FALSO
------	-------------------------------------	-------

2. La funzione è quadratica e convessa.

VERO	<input checked="" type="checkbox"/>	FALSO
------	-------------------------------------	-------

3. La funzione può avere minimi locali non globali.

VERO	FALSO	<input checked="" type="checkbox"/>
------	-------	-------------------------------------

4. Il metodo del gradiente determina il minimo della funzione in un numero finito di passi.

VERO	FALSO	<input checked="" type="checkbox"/>
------	-------	-------------------------------------

Esercizio 6. (Punteggio massimo = 1)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min & f(x) \\ & Ax = b \end{aligned}$$

con $f: R^n \rightarrow R$, A matrice $m \times n$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $f(x)$ è strettamente convessa allora il problema è strettamente convesso.

VERO	<input checked="" type="checkbox"/>	FALSO
------	-------------------------------------	-------

2. Il problema si può risolvere utilizzando un metodo di penalità interna.

VERO	FALSO	<input checked="" type="checkbox"/>
------	-------	-------------------------------------

3. Le condizioni necessarie di KKT NON richiedono la regolarità dei vincoli.

VERO	<input checked="" type="checkbox"/>	FALSO
------	-------------------------------------	-------

4. Risulta $\nabla^2 L(x, \mu) = \nabla^2 f(x)$.

VERO FALSO

Esercizio 7 . (Punteggio massimo = 1) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \max \quad & c_1^T x_1 + c_2^T x_2 \\ & A_1 x_1 + A_2 x_2 = b \\ & x_2 \geq 0 \end{aligned} \quad (P)$$

con A_1 matrice $m \times n_1$, A_2 matrice $m \times n_2$ e $x = (x_1, x_2) \in R^{n_1} \times R^{n_2}$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Il problema duale ha $n_1 + n_2$ vincoli tutti di disuguaglianza.

VERO FALSO

2. L'insieme ammissibile del problema duale è dato da $u \in R^m$ tali che $A_1^T u = c_1$, $A_2^T u \geq c_2$.

VERO FALSO

3. Se il problema duale è vuoto, allora il problema primale può ammettere soluzione ottima finita.

VERO FALSO

4. Se $\bar{u} \in R^m$ è ammissibile per il duale, allora si ha $b^T \bar{u} \leq c^T x^*$.

VERO FALSO