ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito A (giallo)

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2^o anno**

Cognome : **Nome** :

VALUTAZIONE
Per gli esercizi 1,2,3,4: ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO e ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO), nessuna risposta vale **0** PUNTI. Per gli esercizi 5,6,7: ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI e ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO), nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min\ \frac{1}{2}x_1^2 + 2x_2^2 + \frac{1}{2}x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 6x_2x_3 - x_1 - 2x_2 + 6x_3$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è convessa.

   VERO | FALSO **X**

2. Il punto $(13,\ -7,\ 0)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine

   VERO | FALSO **X**

3. È possibile affermare che il punto $(13,\ -7,\ 0)^T$ è un minimo locale stretto.

   VERO | FALSO **X**

4. Nel punto $(1,\ 0,\ 0)^T$, la direzione $d = (0,\ 1,\ 0)^T$ risulta essere di discesa e una ricerca di linea esatta produce un valore del passo α non negativo.

   VERO | FALSO **X**

5. Il passo $\alpha = \frac{1}{2}$ soddisfa una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente nel punto $(1,\ 0,\ 0)^T$ con valore di $\gamma = \frac{1}{6}$.

   VERO | FALSO **X**

$$
\begin{aligned}
\min \;\; & (x+y+z+1)^2 \\
& x+y=1 \\
& y+z \geq 1
\end{aligned}
$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione obiettivo è radialmente illimitata.

   VERO ☐ FALSO **X**

2. Il problema NON è strettamente convesso.

   VERO **X** FALSO ☐

3. Detti μ il moltiplicatore associato al primo vincolo e λ il moltiplicatore associato al secondo vincolo, NON esiste un punto di KKT con $\mu = \lambda = 1$.

   VERO **X** FALSO ☐

4. Il punto $(-2,\ 3,\ -2)^T$ è un punto di KKT in cui vale la stretta complementarità.

   VERO ☐ FALSO **X**

5. Il punto $(-2,\ 3,\ -2)^T$ NON è una soluzione globale del problema.

   VERO ☐ FALSO **X**

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$
\begin{aligned}
\min \quad & 10x_2 + 6x_3 \\
& -x_1 + 5x_2 - 2x_3 \geq 10 \\
& -x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 4 \\
& x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0
\end{aligned}
$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste). Sia $\bar{x} = (0,\ 3,\ 1)$ un punto ammissibile.

1. Il problema

$$
\begin{aligned}
\max \quad & 10u_1 + 4u_2 \\
& -u_1 - u_2 \leq 0 \\
& 5u_1 + 2u_2 \leq 10 \\
& -2u_1 + 3u_2 \leq 6
\end{aligned}
$$

   corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

   VERO ☐ FALSO **X**

$$\begin{array}{ll} \max & 10u_1 + 4u_2 \\ & -u_1 - u_2 \leq 0 \\ & 5u_1 + 2u_2 \leq 10 \\ & -2u_1 + 3u_2 \leq 6 \\ & u_1,\ u_2 \geq 0 \end{array}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO **X** FALSO

3. Il punto $(1,\ 1)^T$ è ammissibile per il duale e si ha $14 \leq c^T x^* \leq 36$.

VERO **X** FALSO

4. Entrambi i punti $u^* = (2,\ 0)^T$ e $u^* = (1,\ 5/2)^T$ sono ottimi per il problema duale.

VERO FALSO

5. La funzione obiettivo all'ottimo vale 0.

VERO FALSO **X**

Esercizio 4. (**Punteggio massimo = 3**) Sia dato il seguente problema di Ottimizzazione non lineare:

$$\begin{array}{l} \min \ \sum_{i \in S} c_i x_i^4 + \sum_{j \in T} d_j * cos(y_j) \\ \sum_{i \in S} t_{ij} x_i^3 - sin(y_j) \leq d_j \quad j \in T \\ 0 \leq x_i \leq u_i \quad i \in S \\ lb_j \leq y_j \leq ub_j \quad j \in T \end{array} \tag{1}$$

Dove x_i e y_j sono le variabili del problema mentre $c_i, u_i, lb_j, ub_j, d_j$ t_{ij} con $i \in S$ e $j \in T$ sono parametri del problema. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta:

```
set S;
set T;
param c{S};
param d{T};
param u{S};
param lb{T};
param ub{T};
param t{S,T};
var x{S};
var y{T};
```

VERO **X** FALSO

2. La seguente dichiarazione della funzione obiettivo è corretta:

```
minimize obiettivo:  sum{i in S}(c[i]*x[i]**4)+sum{j in T}d[j]*cos(y[j]);
```

VERO **X** FALSO

3. La seguente dichiarazione dei vincoli è corretta:

```
s.t.  v1{j in T}:  sum{i in S}(t[i,j]*x[i]**3)-sin(y[j])<=d[j];
s.t.  box1{i in S}:  x[i]>=0;
s.t.  box2{i in S}:  x[i]<=u[i];
s.t.  box3{j in T}:  y[j]>=lb[j];
s.t.  box4{j in T}:  y[j]<=ub[j];
```

VERO **X** FALSO

Esercizio 5.(**Punteggio massimo = 1**)

Dato un problema (P) di minimizzazione non vincolata di una funzione

$$\min_{R^n} \; f(x).$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $\bar{x}$ è un punto tale che $\nabla f(\bar{x}) = 0$ e $\nabla^2 f(\bar{x}) \succ 0$, allora $\bar{x}$ è minimo globale.

   VERO FALSO **X**

2. Se $\nabla^2 f(\bar{x}) \not\succeq 0$ (non semidefinita positiva), allora $\bar{x}$ non può essere minimo locale.

   VERO **X** FALSO

3. Se in $\bar{x}$ risulta $\nabla^2 f(\bar{x})$ non singolare e $\nabla f(\bar{x}) \neq 0$, si può sempre definire la direzione del metodo di Newton puro.

   VERO **X** FALSO

4. Se un algoritmo per la minimizzazione non vincolata converge con rapidità di convergenza quadratica, allora converge anche con rapidità superlineare.

   VERO **X** FALSO

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & g(x) \geq 0 \end{aligned}$$

con $g : R^n \to \; R^m$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $f(x)$ è convessa e le funzioni $g_j(x)$ sono convesse per ogni $j = 1, \ldots, m$, allora il problema è convesso.

   VERO FALSO **X**

VERO **X** FALSO

3. Se in un punto ammissibile $\bar{x}$ i gradienti dei vincoli attivi $\nabla g_j(\bar{x}),\ j:\ g_j(\bar{x})=0$, sono linearmente indipendenti, i vincoli sono regolari in $\bar{x}$.

VERO **X** FALSO

4. La funzione
$$V(x,\epsilon)=f(x)-\epsilon\sum_{i=1}^{m}\log\{g_i(x)\}$$
è una funzione di barriera per questo problema.

VERO **X** FALSO

Esercizio 7. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \min & c_1^T x_1 + c_2^T x_2 = c^T x \\ & A_1 x_1 + A_2 x_2 \geq b \\ & x_2 \geq 0 \end{array} \qquad (P)$$

con A_1 matrice $m\times n_1$, A_2 matrice $m\times n_2$ e $x_1\in R^{n_1}, x_2\in R^{n_2}$, $c_1\in R^{n_1}, c_2\in R^{n_2}$ e si indichi con $x^*\in R^n$ $(n=n_1+n_2)$ la soluzione ottima, se esiste.

1. I vincoli del problema duale sono n di cui n_1 di uguaglianza.

VERO **X** FALSO

2. Se il problema duale ammette soluzione ottima finita u^*, allora esiste una soluzione ammissibile $\bar{x}$ del problema primale (P) tale che $c_1^T\bar{x}_1+c_2^T\bar{x}_2=b^Tu^*$.

VERO **X** FALSO

3. Se $\bar{u}\in R^m$ è un punto tale che
$A_1^T\bar{u}=c_1,\ A_2^T\bar{u}=c_2,\ u_1,u_2\geq 0$, allora $b^T\bar{u}\leq c^Tx^*$.

VERO FALSO **X**

4. Se il problema primale è vuoto, allora sicuramente non esistono soluzioni ammissibili per il problema duale.

VERO FALSO **X**

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito B (bianco)

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2º anno**

Cognome : **Nome** :

VALUTAZIONE
Per gli esercizi 1,2,3,4: ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO e ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO), nessuna risposta vale **0** PUNTI. Per gli esercizi 5,6,7: ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI e ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO), nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min\ \frac{1}{2}x_1^2 + 2x_2^2 + \frac{1}{2}x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 6x_2x_3 + 3x_1 + 6x_2 + 2x_3$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è coerciva.

   VERO ☐ FALSO **X**

2. Il punto $(1,\ 1,\ 0)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine

   VERO ☐ FALSO **X**

3. È possibile affermare che il punto $(1,\ 1,\ 0)^T$ è un minimo globale.

   VERO ☐ FALSO **X**

4. Nel punto $(1,\ 0,\ 1)^T$, la direzione $d = (1,\ 1,\ 0)^T$ risulta essere di discesa e una ricerca di linea esatta produce un valore del passo α non negativo.

   VERO ☐ FALSO **X**

5. Il passo $\alpha = \frac{1}{2}$ soddisfa una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente nel punto $(1,\ 0,\ 1)^T$ con valore di $\gamma = \frac{1}{4}$.

   VERO ☐ FALSO **X**

$$\begin{aligned} \min \quad & (x+y+z-1)^2 \\ & x+y \geq 1 \\ & y+z = 1 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione obiettivo è radialmente illimitata.

   VERO   FALSO **X**

2. Il problema NON è strettamente convesso.

   VERO **X**   FALSO

3. Detto μ il moltiplicatore associato al primo vincolo e $\lambda(\mu)$ il moltiplicatore corrispondente associato al secondo vincolo NON esiste un punto di KKT con $\mu = \lambda = 1$.

   VERO **X**   FALSO

4. Il punto $(-0,\ 1,\ -0)^T$ è un punto di KKT in cui vale la stretta complementarità.

   VERO   FALSO **X**

5. Il punto $(0,\ 1,\ 0)^T$ NON è una soluzione globale del problema.

   VERO   FALSO **X**

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \quad & 2u_1 + 2u_2 \\ & -3u_1 + u_2 \geq 6 \\ & -3u_1 - 2u_2 \geq -12 \\ & u_1 - u_2 \geq -8 \end{aligned}$$

Si indichi con u^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste).

1. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & 6x_1 - 12x_2 - 8x_3 \\ & -3x_1 - 3x_2 + x_3 = 2 \\ & x_1 - 2x_2 - x_3 = 2 \\ & x_1,\ x_2,\ x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

   corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

   VERO **X**   FALSO

2. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & 6x_1 - 12x_2 - 8x_3 \\ & -3x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 2 \\ & x_1 - 2x_2 - x_3 \leq 2 \end{aligned}$$

VERO | FALSO **X**

3. Il problema duale è vuoto.

VERO **X** | FALSO

4. Il problema primale è vuoto

VERO | FALSO **X**

5. Il punto $(0,\ 6)^T$ è ottimo per il problema primale.

VERO | FALSO **X**

Esercizio 4. (**Punteggio massimo = 3**) Sia dato il seguente problema di Ottimizzazione non lineare:

$$
\begin{aligned}
&\min \ \sum_{i\in S} c_i x_i^4 + \sum_{j\in T} d_j * cos(y_j)\\
&\sum_{i\in S} t_{ij} x_i^3 - sin(y_j) \le d_j \quad j \in T\\
&0 \le x_i \le u_i \quad i \in S\\
&lb_j \le y_j \le ub_j \quad j \in T
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Dove x_i e y_j sono le variabili del problema mentre $c_i, u_i,\ lb_j, ub_j, d_j\ t_{ij}$ con $i \in S$ e $j \in T$ sono parametri del problema. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta:

```
set S;
set T;
param c{i in S};
param d{j in T};
param u{i in S};
param lb{T};
set S;
set T;
param ub{T};
param t{S,T};
var x{S};
var y{T};
```

VERO | FALSO **X**

2. La seguente dichiarazione della funzione obiettivo è errata:

```
minimize obiettivo{j  in  T}:  sum{i in S}(c[i]*x[i]**4)+d[j]*cos(y[j]);
```

0.2 truecm

VERO **X** | FALSO

```
s.t.  v1{j in T}:  sum{i in S}(t[i,j]*x[i]**3)-sin(y[j])<=d[j];
s.t.  box1{i in S}:  x[i]>=0;
s.t.  box2{i in S}:  x[i]<=u[i];
s.t.  box3{j in T}:  y[j]>=lb[j];
s.t.  box4{j in T}:  y[j]<=ub[j];
```

VERO	FALSO **X**

Esercizio 5.(**Punteggio massimo = 1**)

Dato un problema (P) di minimizzazione non vincolata di una funzione

$$\min_{R^n} f(x).$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $\bar{x}$ è un punto tale che $\nabla f(\bar{x}) = 0$ e $\nabla^2 f(\bar{x}) \succeq 0$, allora $\bar{x}$ è minimo locale ma non è stretto.

VERO	FALSO **X**

2. Se esiste un punto $\bar{x}$ tale che $\nabla^2 f(\bar{x}) \not\succeq 0$, allora la funzione potrebbe avere minimi locali non globali.

VERO **X**	FALSO

3. Se in $\bar{x}$ risulta $\nabla f(\bar{x}) \neq 0$, si può sempre definire la direzione del metodo del gradiente ed è di discesa.

VERO **X**	FALSO

4. Il metodo di Newton puro converge localmente con rapidità di convergenza quadratica.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \max & f(x) \\ & g(x) \leq 0 \end{array}$$

con $g : R^n \to\ R^m$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $f(x)$ è convessa e le funzioni $g_j(x)$ sono convesse per ogni $j = 1, \ldots, m$, allora il problema è convesso.

VERO	FALSO **X**

2. Se il problema è convesso, ha soluzione globale.

VERO	FALSO **X**

linearmente indipendenti, i vincoli sono regolari in $\bar{x}$.

VERO **X**	FALSO

4. Se in un punto x^* che soddisfa le condizioni di KKT risulta $\lambda_i^* > 0\ \forall i:\ g_i(x^*) = 0$, vale la stretta complementarità.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 7. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \min & c_1^T x_1 + c_2^T x_2 = c^T x \\ & A_1 x_1 + A_2 x_2 \geq b \\ & x_1 \geq 0 \end{array} \qquad (P)$$

con A_1 matrice $m \times n_1$, A_2 matrice $m \times n_2$ e $x_1 \in R^{n_1}, x_2 \in R^{n_2}$, $c_1 \in R^{n_1}, c_2 \in R^{n_2}$ e si indichi con $x^* \in R^n$ $(n = n_1 + n_2)$ la soluzione ottima, se esiste.

1. I vincoli del problema duale sono n di cui n_1 di disuguaglianza e n_2 di uguaglianza.

VERO **X**	FALSO

2. Se il problema primale ammette soluzione ottima finita x^*, allora esiste una soluzione ammissibile $\bar{u}$ del problema duale tale che $c_1^T x_1^* + c_2^T x_2^* = b^T \bar{u}$.

VERO **X**	FALSO

3. Se $\bar{u} \in R^m$ è un punto tale che
   $A_1^T \bar{u} \leq c_1$, $A_2^T \bar{u} = c_2$, $u_1, u_2 \geq 0$, allora $b^T \bar{u} \leq c^T x^*$.

VERO **X**	FALSO

4. Se il problema primale è illimitato, allora sicuramente non esistono soluzioni ammissibili per il problema duale.

VERO **X**	FALSO

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito C (verde)

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2º anno**

Cognome : **Nome** :

VALUTAZIONE
Per gli esercizi 1,2,3,4: ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO e ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO), nessuna risposta vale **0** PUNTI. Per gli esercizi 5,6,7: ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI e ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO), nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min\ \frac{1}{2}x_1^2 + 2x_2^2 + \frac{1}{2}x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3 + 3x_1 + 6x_2 + 3x_3$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è coerciva.

   VERO | FALSO **X**

2. Il punto $(0,\ 1,\ 1)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine

   VERO | FALSO **X**

3. È possibile affermare che il punto $(0,\ 1,\ 1)^T$ è un minimo globale.

   VERO | FALSO **X**

4. Nel punto $(1,\ 0,\ 1)^T$, la direzione $d = (1,\ 1,\ 0)^T$ risulta essere di discesa e una ricerca di linea esatta produce un valore del passo α non negativo.

   VERO | FALSO **X**

5. Il passo $\alpha = \frac{1}{2}$ soddisfa una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente nel punto $(1,\ 0,\ 1)^T$ con valore di $\gamma = \frac{1}{4}$.

   VERO | FALSO **X**

$$\min \ (x+y+z+1)^2$$
$$x+y=1$$
$$y+z\geq 1$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione obiettivo NON è radialmente illimitata.

   VERO **X** FALSO

2. Il problema è strettamente convesso.

   VERO FALSO **X**

3. Detto μ il moltiplicatore associato al primo vincolo e $\lambda(\mu)$ il moltiplicatore corrispondente associato al secondo vincolo esiste un punto di KKT con $\mu = \lambda = 1$.

   VERO FALSO **X**

4. Il punto $(-2,\ 3,\ \ -2)^T$ NON è un punto di KKT in cui vale la stretta complementarità.

   VERO **X** FALSO

5. Il punto $(-2,\ 3,\ \ -2)^T$ è una soluzione globale del problema.

   VERO **X** FALSO

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \quad & 10x_2 + 6x_3 \\ & -x_1 + 5x_2 - 2x_3 \geq 10 \\ & -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ & x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste). Sia $\bar{x} = (3,\ 7/2,\ 0)$ un punto ammissibile.

1. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & 10u_1 + 4u_2 \\ & -u_1 - u_2 \leq 0 \\ & 5u_1 + 2u_2 \leq 10 \\ & -2u_1 + 3u_2 \leq 6 \\ & u_1 \geq 0 \end{aligned}$$

   corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

   VERO **X** FALSO

$$\begin{aligned}\max\quad & 10u_1 + 4u_2\\ & -u_1 - u_2 \le 0\\ & 5u_1 + 2u_2 \le 10\\ & -2u_1 + 3u_2 \le 6\\ & u_1,\ u_2 \ge 0\end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO	FALSO **X**

3. Sia u^* la soluzione ottima del duale se esiste. Si ha $b^T u^* \ge 35$.

VERO	FALSO **X**

4. Entrambi i punti $u^* = (10/3,\ -10/3)^T$ e $u^* = (12/5,\ -1)^T$ sono ottimi per il problema duale.

VERO **X**	FALSO

5. La funzione obiettivo all'ottimo vale 20.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 4. (**Punteggio massimo = 3**) Sia dato il seguente problema di Ottimizzazione non lineare:

$$\begin{aligned} \min\ & \sum_{i\in S} c_i x_i^4 + \sum_{j\in T} d_j * cos(y_j)\\ & \sum_{i\in S} t_{ij} x_i^3 - sin(y_j) \le d_j \quad j \in T\\ & 0 \le x_i \le u_i \quad i \in S\\ & lb_j \le y_j \le ub_j \quad j \in T \end{aligned} \tag{3}$$

Dove x_i e y_j sono le variabili del problema mentre $c_i, u_i,\ lb_j, ub_j, d_j\ t_{ij}$ con $i \in S$ e $j \in T$ sono parametri del problema. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta:

```
param c{i in S};
param d{j in T};
param u{i in S};
param lb{T};
param ub{T};
param t{S,T};
var x{S};
var y{T};

set S;
set T;
```

VERO	FALSO **X**

```
minimize obiettivo:  sum{i in S}(c[i]*x[i]**4)+sum{j in T}d[j]*cos(y[j]);
```

0.2 truecm

VERO | FALSO **X**

3. La seguente dichiarazione dei vincoli è errata:

```
s.t.  v1{j in T}:  sum{i in S}(t[i,j]*x[i]**3)-sin(y[j])<=d[j];
s.t.  box1:  x{i in S}[i]>=0;
s.t.  box2:  x{i in S}[i]<=u[i];
s.t.  box3:  y{j in T}[j]>=lb[j];
s.t.  box4:  y{j in T}[j]<=ub[j];
```

VERO **X** | FALSO

Esercizio 5.(**Punteggio massimo = 1**)

Dato un problema (P) di minimizzazione non vincolata di una funzione

$$\min_{R^n} \; f(x).$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $\bar{x}$ è un punto tale che $\nabla f(\bar{x}) = 0$ e $\nabla^2 f(\bar{x}) \succ 0$, allora $\bar{x}$ è minimo locale stretto.

   VERO **X** | FALSO

2. Se risulta $z^T \nabla^2 f(x) z \geq 0$ per ogni $x, z \in R^n$, allora la funzione è convessa e ammette sempre un minimo.

   VERO | FALSO **X**

3. La prima direzione del metodo del gradiente coniugato è sempre l'antigradiente.

   VERO **X** | FALSO

4. Il metodo di Newton puro può divergere se il punto iniziale non è sufficiente vicino alla soluzione.

   VERO **X** | FALSO

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \max & f(x) \\ & g(x) \leq 0 \end{array}$$

con $g : R^n \to \; R^m$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

$$g_j(y) \geq g_j(x) + \nabla g_j(x)^T (y - x), \quad \forall\ x, y \in \Re^n$$

allora il problema è convesso.

VERO ☐ FALSO ☒

2. La funzione

$$-f(x) + \frac{1}{\epsilon} \sum_{i=1}^{m} g_i(x)^2$$

è una funzione di penalità esterna per il problema.

VERO ☐ FALSO ☒

3. Sia $\bar{x}$ un punto ammissibile NON regolare. Se soddisfa le condizioni sufficienti del secondo ordine, allora $\bar{x}$ è un minimo locale stretto.

VERO ☒ FALSO ☐

4. Se in un punto ammissibile $\bar{x}$ i vincoli attivi $g_i(\bar{x}) = 0$ sono in numero inferiore ad n, allora il punto è regolare.

VERO ☐ FALSO ☒

Esercizio 7. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \min & c_1^T x_1 + c_2^T x_2 = c^T x \\ & A_1 x_1 + A_2 x \geq b \\ & x_1 \geq 0 \end{array} \qquad (P)$$

con A_1 matrice $m \times n_1$, A_2 matrice $m \times n_2$ e $x_1 \in R^{n_1}, x_2 \in R^{n_2}$, $c_1 \in R^{n_1}, c_2 \in R^{n_2}$ e si indichi con $x^* \in R^n$ $(n = n_1 + n_2)$ la soluzione ottima, se esiste.

1. I vincoli del problema duale sono n di cui n_1 tutti di disuguaglianza.

VERO ☒ FALSO ☐

2. L'insieme ammissibile del problema duale è dato da $u = (u_1,\ u_2) \in R^{m_1} \times R^{m_2}$ tali che $A_1^T u \leq c_1$, $A_2^T u \leq c_2$, $u_1, u_2 \geq 0$.

VERO ☐ FALSO ☒

3. Se $\bar{u} \in R^m$ è ammissibile per il duale, allora si ha $c^T x^* \geq b^T \bar{u}$.

VERO ☒ FALSO ☐

4. Se il problema duale è vuoto, allora il problema primale è illimitato.

VERO ☐ FALSO ☒

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito D (rosa)

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2º anno**

Cognome : **Nome** :

VALUTAZIONE
Per gli esercizi 1,2,3,4:
ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.
Per gli esercizi 5,6,7:
ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Esercizio 1 fare. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min\ \frac{1}{2}x_1^2 + 2x_2^2 + \frac{1}{2}x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3 + 3x_1 + 6x_2 + 3x_3$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è convessa.

   VERO | FALSO **X**

2. Il punto $(1,\ 0,\ 2)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine

   VERO | FALSO **X**

3. È possibile affermare che i punti $(1,\ 0,\ 2)^T$ e $(0,\ 1,\ 1)^T$ sono entrambi minimi globale.

   VERO | FALSO **X**

4. Nel punto $(1,\ 0,\ 1)^T$, la direzione $d = (0,\ 1,\ 1)^T$ risulta essere di discesa e una ricerca di linea esatta produce un valore del passo α non negativo.

   VERO | FALSO **X**

5. Il passo $\alpha = \frac{1}{2}$ soddisfa una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente nel punto $(0,\ 1,\ 1)^T$ con valore di $\gamma = \frac{1}{4}$.

   VERO | FALSO **X**

$$\begin{aligned} \min \quad & (x+y+z-1)^2 \\ & x+y \geq 1 \\ & y+z = 1 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione obiettivo NON è radialmente illimitata.

   VERO **X** FALSO

2. Il problema è strettamente convesso.

   VERO FALSO **X**

3. Detto μ il moltiplicatore associato al primo vincolo e $\lambda(\mu)$ il moltiplicatore corrispondente associato al secondo vincolo esiste un punto di KKT con $\mu = \lambda = 1$.

   VERO FALSO **X**

4. Il punto $(-0,\ 1,\ \ -0)^T$ è un punto di KKT in cui NON vale la stretta complementarità.

   VERO **X** FALSO

5. Il punto $(0,\ 1,\ 0)^T$ è una soluzione globale del problema.

   VERO **X** FALSO

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \quad & 2u_1 + 2u_2 \\ & -3u_1 + u_2 \geq 6 \\ & -3u_1 - 2u_2 \geq -12 \\ & u_1 - u_2 \geq -8 \end{aligned}$$

Si indichi con u^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste).

1. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & 6x_1 - 12x_2 - 8x_3 \\ & -3x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 2 \\ & x_1 - 2x_2 - x_3 \leq 2 \\ & x_1,\ x_2,\ x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

   corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

   VERO FALSO **X**

$$\begin{aligned} \max \quad & 6x_1 - 12x_2 - 8x_3 \\ & -3x_1 - 3x_2 + x_3 = 2 \\ & x_1 - 2x_2 - x_3 = 2 \\ & x_1,\ x_2,\ x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO **X**	FALSO

3. Il problema duale è vuoto.

VERO **X**	FALSO

4. Il problema primale è illimitato.

VERO **X**	FALSO

5. Il punto $(-4,\ 0)^T$ è ottimo per il problema primale.

VERO	FALSO **X**

Esercizio 4. (**Punteggio massimo = 3**) Sia dato il seguente problema di Ottimizzazione non lineare:

$$\begin{aligned} \min \ & \sum_{i \in S} c_i x_i^4 + \sum_{j \in T} d_j * cos(y_j) \\ & \sum_{i \in S} t_{ij} x_i^3 - sin(y_j) \leq d_j \quad j \in T \\ & 0 \leq x_i \leq u_i \quad i \in S \\ & lb_j \leq y_j \leq ub_j \quad j \in T \end{aligned} \tag{4}$$

Dove x_i e y_j sono le variabili del problema mentre $c_i, u_i, lb_j, ub_j, d_j\ t_{ij}$ con $i \in S$ e $j \in T$ sono parametri del problema. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta:

```
set S;
set T;
param c{S};
param d{T};
param u{S};
param lb{T};
param ub{T};
param t{S,T};
var x{S}>=0,<=u;
var y{T},>=lb,<=ub;
```

VERO **X**	FALSO

```
minimize obiettivo:  sum{i in S}(c[i]*x[i]**4)+sumd[j]*cos(y[j]){j in T};
```

0.2 truecm

VERO ☐ FALSO ☒ X

3. La seguente dichiarazione dei vincoli è corretta:

```
s.t.  v1{j in T}:  sum{i in S}(t[i,j]*x[i]**3)-sin(y[j])<=d[j];
s.t.  box1{i in S}:  x[i]>=0;
s.t.  box2{i in S}:  x[i]<=u[i];
s.t.  box3{j in T}:  y[j]>=lb[j];
s.t.  box4{j in T}:  y[j]<=ub[j];
```

VERO ☒ X FALSO ☐

Esercizio 5.(**Punteggio massimo = 1**) Dato un problema (P) di minimizzazione non vincolata di una funzione

$$\min_{R^n} \; f(x).$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $\bar{x}$ è un punto tale che $\nabla f(\bar{x}) = 0$, allora $\bar{x}$ è minimo locale.

   VERO ☐ FALSO ☒ X

2. Se $\bar{x}$ è minimo locale, allora risulta $\nabla f(\bar{x}) = 0$ e $z^T \nabla^2 f(\bar{x}) z > 0$ per ogni $z \in R^n$.

   VERO ☐ FALSO ☒ X

3. Il metodo del gradiente coniugato genera direzioni coniugate tra loro.

   VERO ☒ X FALSO ☐

4. Il metodo di Newton puro può convergere ad un punto di massimo locale.

   VERO ☒ X FALSO ☐

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \max & f(x) \\ & g(x) \leq 0 \end{array}$$

con $g : R^n \rightarrow \; R^m$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $f(x)$ è convessa e risulta per ogni $j = 1, \ldots, m$:

   $$g_j(y) \geq g_j(x) + \nabla g_j(x)^T (y - x), \quad \forall \; x, y \in \Re^n$$

   allora il problema è convesso.

   VERO ☐ FALSO ☒ X

$$-f(x) + \frac{1}{\epsilon} \sum_{i=1}^{m} g_i(x)^2$$

è una funzione di penalità esterna per il problema.

VERO **X**	FALSO

3. Sia $\bar{x}$ un punto ammissibile NON regolare. Se soddisfa le condizioni sufficienti del secondo ordine, allora $\bar{x}$ è un minimo locale stretto.

VERO **X**	FALSO

4. Se in un punto ammissibile $\bar{x}$ i vincoli attivi $g_i(\bar{x}) = 0$ sono in numero inferiore ad n, allora il punto è regolare.

VERO	FALSO **X**

Esercizio 7. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \min & c_1^T x_1 + c_2^T x_2 = c^T x \\ & A_1 x_1 + A_2 x_2 \geq b \\ & x_2 \geq 0 \end{array} \qquad (P)$$

con A_1 matrice $m \times n_1$, A_2 matrice $m \times n_2$ e $x_1 \in R^{n_1}, x_2 \in R^{n_2}$, $c_1 \in R^{n_1}, c_2 \in R^{n_2}$ e si indichi con $x^* \in R^n$ $(n = n_1 + n_2)$ la soluzione ottima, se esiste.

1. I vincoli del problema duale sono n tutti di disuguaglianza.

VERO	FALSO **X**

2. L'insieme ammissibile del problema duale è dato da $u = (u_1,\ u_2) \in R^{m_1} \times R^{m_2}$ tali che $A_1^T u = c_1,\ A_2^T u \leq c_2,\ u_1, u_2 \geq 0$.

VERO **X**	FALSO

3. Se $\bar{u} \in R^m$ è ammissibile per il duale, allora si ha $c^T x^* \leq b^T \bar{u}$.

VERO	FALSO **X**

4. Se il problema duale è vuoto, allora il problema primale può essere o vuoto o illimitato.

VERO **X**	FALSO