

Esercitazione n° 4 per il corso di Ricerca Operativa

Un hotel ha bisogno di disporre, nei quattro giorni successivi, di asciugamani puliti. Gli asciugamani possono essere comprati nuovi oppure lavati in lavanderia. Il costo di un nuovo asciugamano è di £1000. Se invece un asciugamano sporco viene mandato in lavanderia, può essere restituito dopo un giorno se si pagano £400, o dopo due giorni se si pagano £250.

All'inizio del periodo considerato l'hotel non dispone di asciugamani (né sporchi né puliti). Sapendo che nei primi tre giorni sono necessari 300, 200, 400 asciugamani rispettivamente, e che si vuole che all'inizio del quarto giorno siano disponibili almeno 100 asciugamani, scrivere il problema di PL che permette di soddisfare queste esigenze al costo minimo.

Analisi del problema

Anche in questo caso, il problema può essere formulato come problema di flusso a costo minimo.

Formulazione

– *Variabili.* Per determinare quali sono le variabili di decisione si devono individuare le possibilità di acquisto e/o di lavaggio nei giorni considerati. Osserviamo che il primo ed il secondo giorno si possono usare solo asciugamani nuovi perché si suppone che la lavanderia lavori di giorno.

Distinguiamo i seguenti intervalli temporali:

T_1 : primo giorno; si possono utilizzare solo asciugamani nuovi. Indichiamo questa quantità con x^1 .

T_2 : il secondo giorno; si possono utilizzare solo asciugamani nuovi che indichiamo con x^2 .
Si possono inoltre lavare asciugamani usati il primo giorno;

T_3 : il terzo giorno; si possono utilizzare asciugamani nuovi ed asciugamani lavati nel periodo T_2 . Indichiamo rispettivamente con x^3 e x_{12}^3 queste quantità.
Si possono inoltre lavare asciugamani usati il secondo giorno.

T_4 : quarto giorno; si possono utilizzare asciugamani nuovi oppure asciugamani utilizzati il primo giorno e lavati nel periodo T_2 o T_3 oppure asciugamani utilizzati il secondo giorno e lavati nel periodo T_3 . Indichiamo queste quantità rispettivamente con x^4 , x_{12}^4 , x_{13}^4 , x_{23}^4 .

Le variabili di decisione sono quindi le quantità di asciugamani utilizzati, cioè x_{ij}^k , dove l'apice $k = 1, 2, 3, 4$ indica il giorno ed i pedici i, j rispettivamente il giorno in cui sono stati usati ed il periodo in cui sono lavati. Questa situazione è schematizzata nella seguente tabella:

		1° giorno	2° giorno	3° giorno	4° giorno
nuovi		x^1	x^2	x^3	x^4
lavati	T_2	-	-	x_{12}^3	x_{12}^4 x_{13}^4
	T_3	-	-	-	x_{23}^4

– *Funzione obiettivo.* La funzione obiettivo è il costo:

$$1000(x^1 + x^2 + x^3 + x^4) + 400(x_{12}^3 + x_{12}^4 + x_{13}^4) + 250x_{23}^4$$

– *Vincoli.* I vincoli sono:

- *vincoli di domanda*

$$\begin{aligned} x^1 &= 300 \\ x^2 &= 200 \\ x^3 + x_{12}^3 &= 400 \\ x^4 + x_{13}^4 + x_{23}^4 + x_{12}^4 &\geq 100 \end{aligned}$$

- *vincoli di continuità*

$$\begin{aligned} x_{12}^3 + x_{12}^4 + x_{13}^4 &\leq x^1 \\ x_{23}^4 &\leq x^2 \\ x^4 + x_{12}^4 + x_{13}^4 + x_{23}^4 &\leq x^1 + x^2 + x^3 + x^4 \end{aligned}$$

- *vincoli di non negatività e di interezza:* $x^k \geq 0$ e $x_{ij}^k \geq 0$, e intere per ogni k, i, j .

Complessivamente si ha:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min 1000(x^1 + x^2 + x^3 + x^4) + 400(x_{12}^3 + x_{12}^4 + x_{13}^4) + 250x_{23}^4 \\ x^1 = 300 \\ x^2 = 200 \\ x^3 + x_{12}^3 = 400 \\ x^4 + x_{13}^4 + x_{23}^4 + x_{12}^4 \geq 100 \\ x_{12}^3 + x_{12}^4 + x_{13}^4 \leq x^1 \\ x_{23}^4 \leq x^2 \\ x^1 + x^2 + x^3 \geq x_{12}^4 + x_{13}^4 + x_{23}^4 \\ x^k \geq 0, x_{ij}^k \geq 0 \text{ per ogni } k, i, j \\ x^k, x_{ij}^k \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$