

1. Dato il seguente problema di PL

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + 3x_2 \\ & x_1 + x_2 \geq -4 \\ & x_1 - x_2 \leq 2 \\ & 4x_1 - 3x_2 \geq -24 \\ & x_2 \leq 2.5 \end{aligned}$$

(4 punti) Risolvere graficamente il problema: disegnare la regione ammissibile, disegnare le rette di livello, identificare graficamente il punto di ottimo, calcolare il punto e il valore della funzione obiettivo all'ottimo.

(1 punto) Dire se e come cambia la soluzione del problema se si rimuove il vincolo $x_1 - x_2 \leq 2$.

2. Dato il seguente problema di PLI (ottenuto dal problema Esercizio 1, aggiungendo il solo vincolo di interezza)

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + 3x_2 \\ & x_1 + x_2 \geq -4 \\ & x_1 - x_2 \leq 2 \\ & 4x_1 - 3x_2 \geq -24 \\ & x_2 \leq 2.5 \\ & x \text{ intero} \end{aligned}$$

Risolvere il problema usando il metodo del branch and bound (Per la soluzione dei problemi di rilassamento lineare è possibile utilizzare il metodo grafico. È possibile sfruttare la soluzione dell'esercizio precedente).

3. Sia dato il problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_1 + x_2 + x_3 + x_5 \\ & 4x_2 + x_4 = 9 \\ & 3x_1 + \alpha x_2 + 3x_5 = 5 \\ & 2x_1 + x_2 + x_3 = \beta \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

Dire per quali valori di α e $\beta \geq 0$ il punto $\hat{x} = (0 \ 2 \ 0 \ 1 \ 1)^T$ è una SBA (vertice). Indicare la matrice di base corrispondente calcolare i coefficienti di costo ridotto.

4. Sia dato il seguente problema di knapsack $\{0, 1\}$.

$$\begin{aligned} \max \quad & 6.3x_1 + 6x_2 + 3x_3 + x_4 + 4.5x_5 \\ & 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + 5x_5 \leq 7 \\ & x \in \{0, 1\}^5 \end{aligned}$$

Determinare la soluzione ottima utilizzando il metodo del Branch and Bound.

5. **Esercizio**

Dato il seguente problema di PL

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + x_2 \\ & x_1 + x_2 \geq 3 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \\ & x_1, x_2 \text{ interi} \end{aligned}$$

Risolvere graficamente il problema indicando le curve di livello della funzione obiettivo. Calcolare il valore del punto ottimo e della funzione obiettivo.

Risolvere il seguente problema di PLI

$$\begin{aligned} \max \quad & 6x_1 + x_2 \\ & x_1 + x_2 \geq 1 \\ & 4x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ & x_1, x_2 \geq 0, \\ & x \text{ intero.} \end{aligned}$$

utilizzando il metodo del Branch and Bound. Per la soluzione dei problemi rilassati, utilizzare il metodo grafico.

6. Dato il grafo orientato con i pesi associati agli archi rappresentato in figura 1, determinare il peso dei cammini minimi (massimi) dal nodo s a tutti i nodi del grafo. Rappresentare inoltre l'albero dei cammini minimi trovato dall'algoritmo
8. Tracciare il diagramma reticolare di un progetto P sapendo che tra le attività che lo compongono sussistono i seguenti vincoli di precedenza:

$$A < B; \quad B < C, D; \quad B, C < E.$$

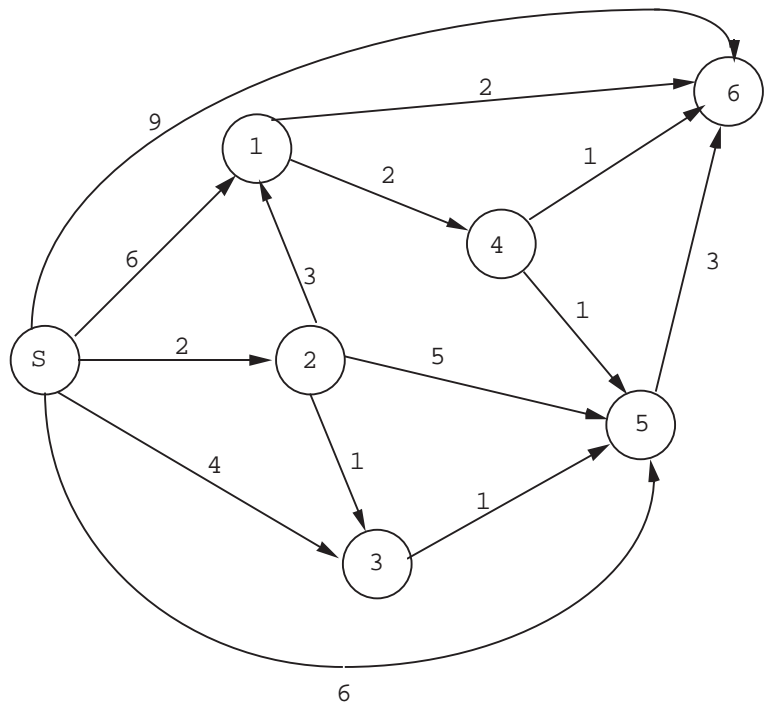


Figure 1: grafo