Capitolo 11

Uso di Excel per l'analisi e soluzione di Modelli di Programmazione Matematica

11.1 Introduzione

La soluzione grafica di problemi di ottimizzazione che abbiamo visto nel Capitolo 3 può essere utilizzata solo nel caso in cui il numero di variabili sia due. I problemi applicativi hanno normalmente più di due variabili. È necessario utilizzare sistemi di calcolo automatici per trattare sia grandi quantità di dati che di operazioni logico-aritmetiche. Esistono molti software per risolvere problemi di Programmazione Matematica a diversi livelli di complessità. Alcuni prodotti software integrano anche linguaggio di modellizzazione con il/i solutore/i in un unico pacchetto commerciale. Si tratta di prodotti di ottimizzazione comprensivi di tutto l'ambiente di calcolo, cosiddetti sistemi di modellizzazione "stand-alone" che sono in grado di fornire l'interfaccia completa tra i differenti livelli di formulazione, soluzione, e analisi della modellizzazione. I sistemi di tipo stand-alone tendono ad essere i più vantaggiosi a livello di costruzione di prototipo, quando il lavoro è incentrato sulla costruzione di un modello accettabile e nel dimostrare che l'approccio è sufficientemente promettente per giustificare investimenti maggiori. In questo modo però si incoraggia fortemente (quando non è obbligato) l'uso di un particolare solutore. Quindi è una scelta ragionevole in situazioni in cui la velocità e la versatilità non sono le questioni più importanti. Questo è spesso il caso di sistemi altamente specializzati, in cui la qualità dell'interfaccia è l'aspetto fondamentale e l'insieme di problemi che il solutore deve trattare appartengono ad una classe relativamente stretta e ben definita.
Rientrano in questa categoria alcuni dei più elementari linguaggi di modellizzazione così come i prodotti di ottimizzazione inseriti in programmi di foglio elettronico (spreadsheet).
In questo capitolo utilizzeremo Microsoft©Office Excel 2003 e il suo solutore Excel Solver (`http://www.solver.com/`).

11.2 Uso di fogli elettronici per la descrizione di un modello matematico

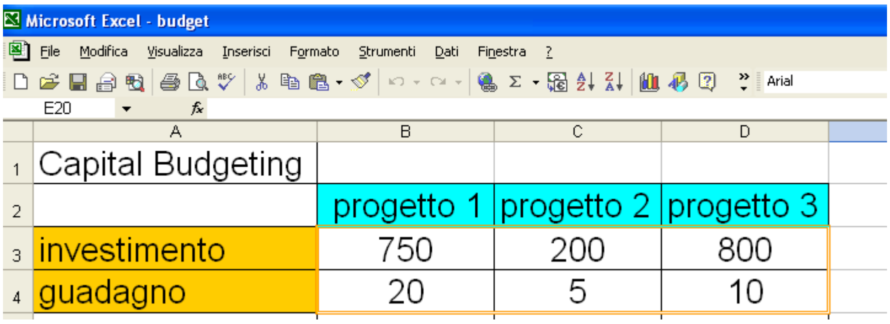
Il primo passo per l'utilizzo di fogli elettronici per l'analisi e la soluzione di un problema di ottimizzazione richiede la conversione della formulazione del problema in un foglio elettronico utilizzabile da opportuno software. Si tratta di rappresentare i dati, le variabili, le funzioni di vincolo, e la funzione obiettivo.

Ci sono diversi modi di organizzare un foglio elettronico per rappresentare un modello di ottimizzazione. In generale però è consigliabile seguire uno stesso schema di base che consente una immediata visualizzazione ed individuazione dei parametri e dei dati. In particolare divideremo la costruzione del foglio elettronico in quattro sezioni: Dati di ingresso, Variabili di decisione, Funzione obiettivo, Vincoli.

A titolo esemplificativo, consideriamo il semplice modello di capital budgeting dell'esempio 1.2.1 del capitolo 1, la cui formulazione matematica è:

$$\begin{aligned} \max \quad & (20x_1 + 5x_2 + 10x_3) \\ & 750x_1 + 200x_2 + 800x_3 \leq 1000 \\ & x_i \in \{0, 1\} \quad i = 1, 2, 3. \end{aligned}$$

Inserimento dati di ingresso. Si tratta di inserire in una tabella Excel i valori numerici che sono utilizzati nel modello.
I dati non devono essere posti necessariamente in una posizione particolare nella tabella, ma nel seguito, per identificarli in modo facile, sono stati posizionati il più possibile nella parte alta a sinistra del foglio elettronico. In alcuni casi può essere utile deviare da questa convenzione, quando alcune posizioni sono più naturali ed intuitive.
Le celle di una tabella excel sono individuate dalla posizione di colonna (indicata da una lettera dell'alfabeto) e di riga (un numero).



	A	B	C	D
1	Capital Budgeting			
2		progetto 1	progetto 2	progetto 3
3	investimento	750	200	800
4	guadagno	20	5	10

Figura 11.1: Dati relativi al problema di Capital Budgeting.

In figura 11.1 è riportato il file Excel relativo all'inserimento dei primi dati di Capital Budgeting. Per ciascun progetto 1,2,3 sono riportati i valori di investimento (celle B3, C3, D3), ovvero i valori dei coefficienti dei vincoli, e i guadagni (celle B4, C4, D4), ovvero i coefficienti della funzione obiettivo.

Sono state incluse delle caselle di commento (le prime due righe e la prima colonna) che consentono di identificare facilmente di che tipo di dato si tratta (investimento/guadagno relativo al progetto 1/2/3).

Se cambiano i dati (costi, guadagni), è necessario modificare questa parte del file Excel.
Si può notare che non è stato ancora inserito il valore del dato relativo al budget. In effetti, questo valore ha una posizione più naturale come si vedrà nel seguito.

In figura 11.2 è riportato il file Excel relativo al modello completo, che descriviamo in dettaglio.

Celle variabili (Variabili di decisione). Le celle variabili rappresentano il valore delle variabili di decisione del modello. Al momento dell'utilizzo del solutore, queste celle sono considerate come incognite e come output conterranno il valor ottimo della soluzione. Nel nostro esempio le variabili di decisione x_1, x_2, x_3 sono assegnate alle celle B7, C7, D7. È necessario assegnare un valore iniziale a queste celle per poterle utilizzare. Nel nostro esempio x_1 = 0=B7, x_2 = 1=C7, x_3 = 0=D7. Osserviamo che nell'esempio di capital budgeting le variabili possono assumere solo valori interi (in particolare 0,1). In questa fase di rappresentazione del modello in una tabella excel, non è possibile dare indicazioni di questo tipo.
È utile inserire delle celle di tipo descrittivo sopra le celle variabili. Ad esempio, noi abbiamo indicato il nome della variabile. Inoltre le celle variabili sono evidenziate con un colore azzurro (vedi figura 11.2).

Il colore non ha alcun ruolo nel foglio elettronico se non stilistico. Evidenziare le celle usando un colore diverso (o circondandole con una linea più evidente), rende ilfoglio elettonico più semplice da leggere.

Celle vincoli. Si tratta di creare delle celle che contengano le formule che definiscono il "left hand side" (l.h.s.) dei vincoli. Il right hand side =r.h.s del vincolo DEVE essere un valore numerico e deve essere contenuto in un'altra cella.

Nel nostro esempio il valore del l.h.s. del vincolo, cioè la formula $8x_1 + 6x_2 + 5x_3$, è inserito in cella $B10$. Poiché il valore del l.h.s deve essere confrontato con il valore del r.h.s. è utile porre questi due valori "vicini". La posizione "naturale" del valore di budget è nella cella $D10$ separata dalla $B10$ da una cella intermedia $C10$ che contiene il simbolo $\leq$. Tale simbolo non ha alcuna funzione di controllo, ma serve solo a rendere più leggibile il file.
. Il valore in B10 è calcolato inserendo una funzione Excel. Si è utilizzata la funzione

`B10=MATR.SOMMA.PRODOTTO(B3:D3;B7:D7)` [1]

che realizza la seguente operazione

`B10=B3*B7+C3*C7+D3*D7`

[2]

È possibile anche inserire in una cella, una funzione logica che mi indichi se il vincolo è soddisfato o violato. In particolare, nel nostro esempio, abbiamo inserito nella cella $E7$ (adiacente al valore delle variabili di decisione) la funzione logica Excel "SE", che restituisce restituisce il valore "ammissibile" (vero) o "non ammissibile" (falso) in base alla differenza tra il valore delle celle $D10$ (budget) e $B10$ (spesa effettiva). La sintassi è:

`=SE(D10-B10 >= 0;"AMMISSIBILE";"NON AMMISSIBILE")`

Questa opzione può essere utile nel caso si utilizzi Excel per analisi di scenario.

Celle obiettivo. La cella obiettivo contiene il valore della funzione obiettivo. È possibile utilizzare altre celle per ottenere risultati intermedi. Il valore della funzione obiettivo è ovviamente una funzione dei dati presenti nelle celle variabili. Anche in questo caso è opportuno inserire delle celle di commento che aiutino nella visualizzazione.
Nel nostro esempio si tratta di assegnare la formula $20x_1 + 5x_2 + 10x_3$. Il valore della funzione obiettivo è assegnato alla cella B13 ed è dato dalla formula $B13 = B4 * B7 + C4 * C7 + D4 * D7$ realizzata con la funzione

`B10=MATR.SOMMA.PRODOTTO(B4:D4;B7:D7)`

11.3 Uso di excel per analisi di scenario

L'uso di Excel come foglio elettronico per una descrizione del modello, può essere utilizzata per verificare le conseguenze di diversi possibili cambiamenti.
La tabella costruita fino a questo punto consente di fare semplici analisi di possibili scenari, modificando manualmente il valore delle variabili di decisione nelle celle B7, C7, D7. Ad esempio nella tabella di figura 11.3 è stata data un diverso valore alle celle variabili, ottenendo una soluzione ammissibile con una certo valore della funzione obiettivo.

[1] La sintassi della funzione è =MATR.SOMMA.PRODOTTO(Blocco1,Blocco2) e moltiplica ogni cella del `Blocco1` e del `Blocco2` e somma il risultato. In generale i blocchi devono avere la stessa dimensione, cioè stesso numero di righe e stesso numero di colonne. Nella versione inglese, la funzione è =SUMPRODUCT(Block1,Block2).

[2] Nel caso in cui sia necessari riprodurre una sequenza di formule di questo tipo in cui cambia solo un blocco ad es. `=B3*B8+C3*C8+D3*D8`,per potervottenre valori coretti effetuando la copia della cella originaria è necessario inserire i "dollari" nela formula, ovvero =MATR.SOMMA.PRODOTTO($B$3:$D$3;B7:D7)

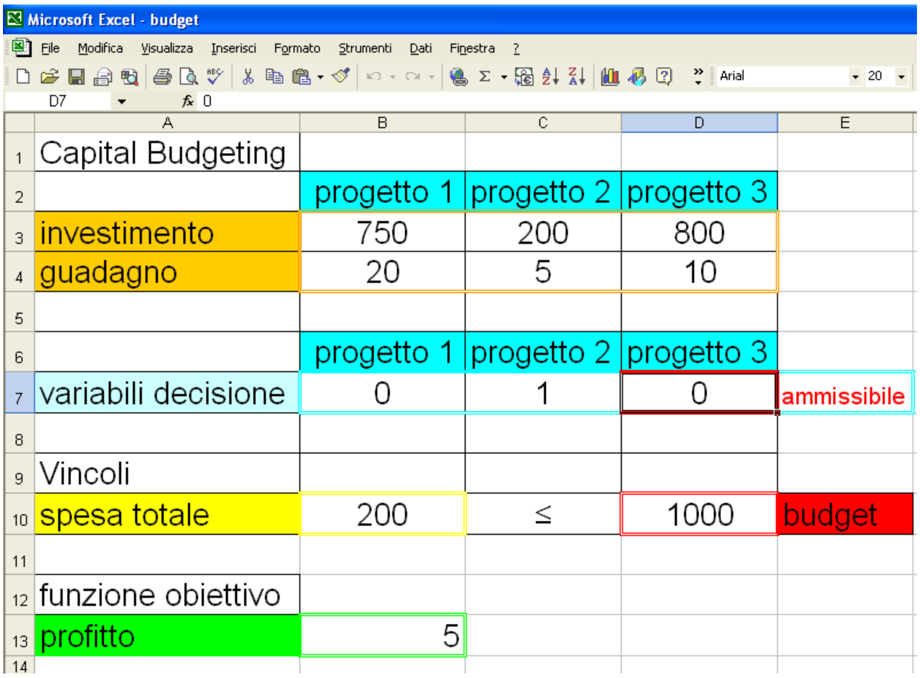


Figura 11.2: Tabella Excel relativa al problema di Capital Budgeting.

In particolare, possono essere modificati anche i valori dei dati, ottenendo immediatamente il nuovo valore del guadagno e dell'investimento necessario.
Questo tipo di approccio è detto "What if..?" (letteralmente "Che succede se...?") e la sua flessibilità costituisce l'aspetto che rende l'uso di fogli elettronici un utile supporto alle decisioni. Dal punto di vista dell'ottimizzazione, non è stato fatto ancora nulla e la soluzione ottenuta con analisi di scenario non ha nessuna garanzia di essere quella ottima né una sua approssimazione.
Si tratta di una formalizzazione del modello esaustivo descritto nell'esempio 1.2.1. È ovvio che i possibili scenari possono essere "troppi" per poterli analizzare tutti anche nel caso in cui siano finiti come nell'esempio di Capital Budgeting che stiamo analizzando.

Microsoft©Office Excel 2003 include nel Menuú Strumenti il tool "Scenari..." che consente di effettuare an analisi du tipo "What If" memorizzando in modo permanente le combinazioni di dati di input che sono state utilizzate. Supporta anche la generazione automantica di un `Riepilogo Scenari` che realizza un confronto affaincando i risultati.
È utile invece utilizzare il modello in forma tabellare così costruito per determinare la soluzione ottima mediante un algoritmo di ottimizzazione.

11.4 Uso di Excel-Solver per la soluzione del modello matematico

Microsoft Excel dispone di una funzione tra i *Componenti aggiuntivi* (Add-In) che è chiamata "Solutore" (Solver) che consente di determinare la soluzione ottima di problemi di Programmazione matematica (PL, PLI, e alcuni classi particolari di PNL). La procedura di ottimizzazione utilizzata per la PL è il metodo del simplesso. Non entreremo affatto nel merito delle procedure utilizzate per la PNL e la PLI.

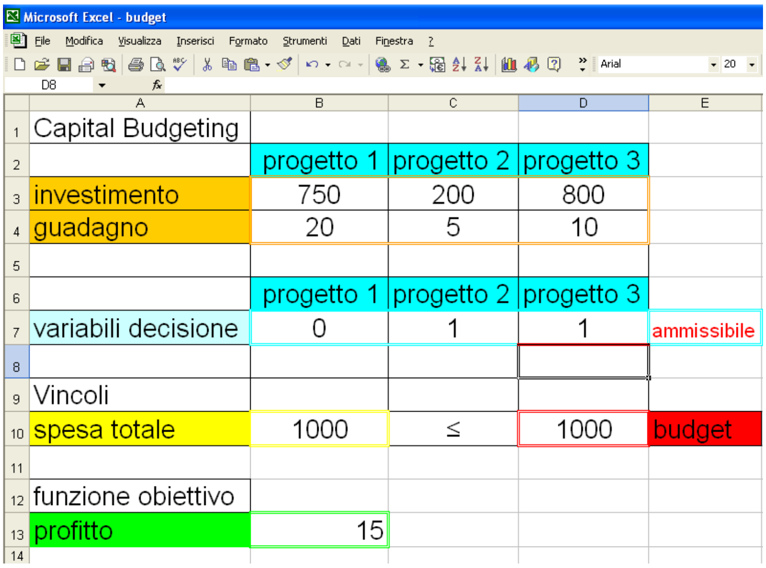


Figura 11.3: Analisi di scenario per il problema di Capital Budgeting.

Installazione Solutore. Il solutore è parte integrante di Excel. Si trova la voce Solutore sotto il menù Strumenti (Tools). Nel caso la voce “Solutore” non compaia nel menù “Strumenti”, deve essere installato procedendo come segue (vedi anche figura 11.17 a fine capitolo):

1. dalla voce del menù Strumenti selezionare la voce Componenti aggiuntivi
2. selezionare Componente aggiuntivo Solutore e cliccare OK.

Nel caso la voce “Componente aggiuntivo Solutore” non compaia nemmeno sotto la voce “Componenti aggiuntivi”, significa che Excel non è stato installato completamente ed è necessario avere il programma di setup di Excel.

Impostazione del modello per il Solutore. Dalla voce Strumenti selezionare Solutore.

A questo punto appare la finestra Parametri del Risolutore illustrata in Figura 11.4. Si tratta della finestra principale del Risolutore ed è utilizzata per identificare gli elementi che costituiscono il modello. Nella parte in alto a sinistra della finestra compare l’etichetta Imposta cella obiettivo e una cella che deve contenere l’indirizzo della cella della funzione obiettivo. Questa cella può essere “editata” oppure riempita con il corretto valore semplicemente cliccando sulla cella corrispondente sul foglio elettronico (N.B. La finestra “Parametri del Risolutore” può essere spostata in modo da rendere visibili le celle del file).

Una volta impostata la cella obiettivo è necessario specificare se si tratta di un problema di massimizzazione o di minimizzazione, selezionando il tasto Max o Min nella riga successiva.

Le variabili di decisione devono essere specificate indicando nella cella etichettata con Cambiando le celle (By Changing Cells) l’indirizzo delle celle variabili. Anche in questo caso è possibile scrivere direttamente nella cella o riempirla selezionando sul foglio elettronico le celle variabili. Un intervallo di celle può essere specificato, scrivendo il valore della prima ed ultima cella separati da ’due punti’. Ulteriori variabili non contigue possono essere aggiunte separate da ’virgola’.

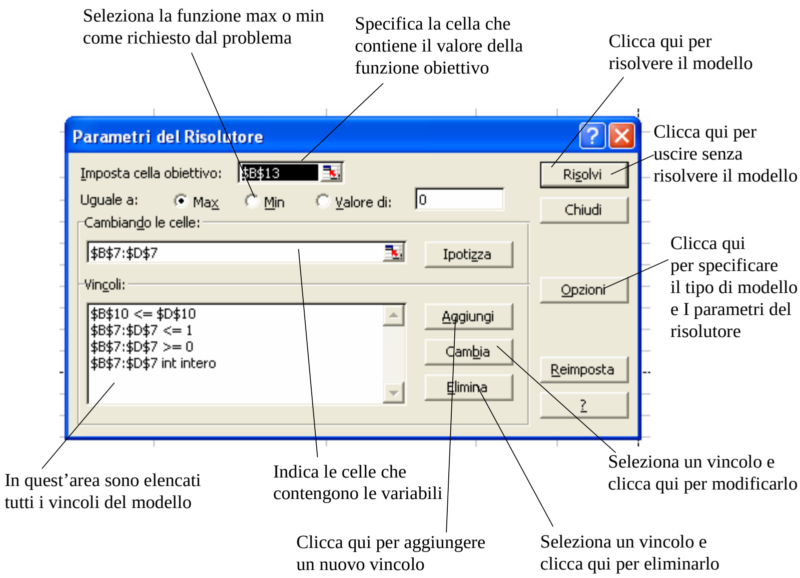


Figura 11.4: Finestra Parametri del Risolutore.

I vincoli devono essere elencati nella sottofinestra Vincoli: (Subject to the Constraints). Selezionando il tasto Aggiungi(Add) compare la finestra Aggiungi vincolo rappresentata in figura 11.5.

I vincoli possono essere inseriti uno alla volta. Questo procedimento può però essere molto lungo nel caso di problemi con molti vincoli. in alternativa si possono inserire più vincoli insieme se sono adiacenti e se hanno lo stesso vincolo relazionale (cioè $\leq$, $\geq$ oppure $=$). Il l.h.s del vincolo deve essere inserito nella cella con etichetta Riferimento:. Successivamente cliccando il tasto $\leq$ si apre una tendina che consente di specificare il tipo di vincolo. Il r.h.s. dei vincoli deve essere inserito nella finestra con etichetta Vincolo:. Si può inserire il valore della cella appropriata semplicemente "cliccando" sulla cella corrispondente nel foglio Excel.

N.B. Il r.h.s. del vincolo immesso nel solutore DEVE esser un valore numerico e quindi non deve contenere funzioni. Tipicamente se erroneamente si inserisce una funzione nel r.h.s., excel Solver interpreta il modello come Non Lineare e applica procedure di ottimizzazione diverse dal simplesso non arrivando a convergere al minimo.

Tra le possibili tipologie di vincoli compaiono anche le opzioni int e bin. Servono rispettivamente a specificare che le variabili possono assumere solo valori interi o binari. In questo caso nel campo Riferimento: devono essere inserite le variabili interessate, mentre il campo Vincolo: rimane vuoto. Nel nostro esempio le variabili sono binarie; questo vincolo può essere specificato in modo diretto indicando che le celle B7,C7,D7 sono binarie, oppure imponendo alle variabili la coppia di vincoli B7,C7,D7$\geq$ 0, B7,C7,D7$\leq$ 1 e specificando che si tratta di variabili intere. In Figura 11.6 è illustrata questa procedura. Notiamo che i vincoli di non negatività possono anche essere omessi in questa fase di specifica del modello; in questo caso devono però essere specificati tra le Opzioni del Solutore (vedi paragrafo successivo).

Prima della soluzione del modello è necessario selezionare il tasto Opzioni sulla destra della finestra "Parametri del Risolutore". Nel caso si stia risolvendo un problema di Programmazione Lineare (o di Programmazione Lineare Intera) è necessario selezionare l'opzione Presupponi il modello lineare nella finestra "Opzioni del Risolutore". È anche possibile specificare qui che le variabili sono non negative, se non è già stato specificato esplicitamente tra i vincoli del modello, selezionando l'opzione Presupponi non negativo. Vedi la Figura 11.6 per i dettagli.

A questo punto, uscendo dalla finestra con il tasto OK, l'attuale impostazione delle opzioni del Solutore

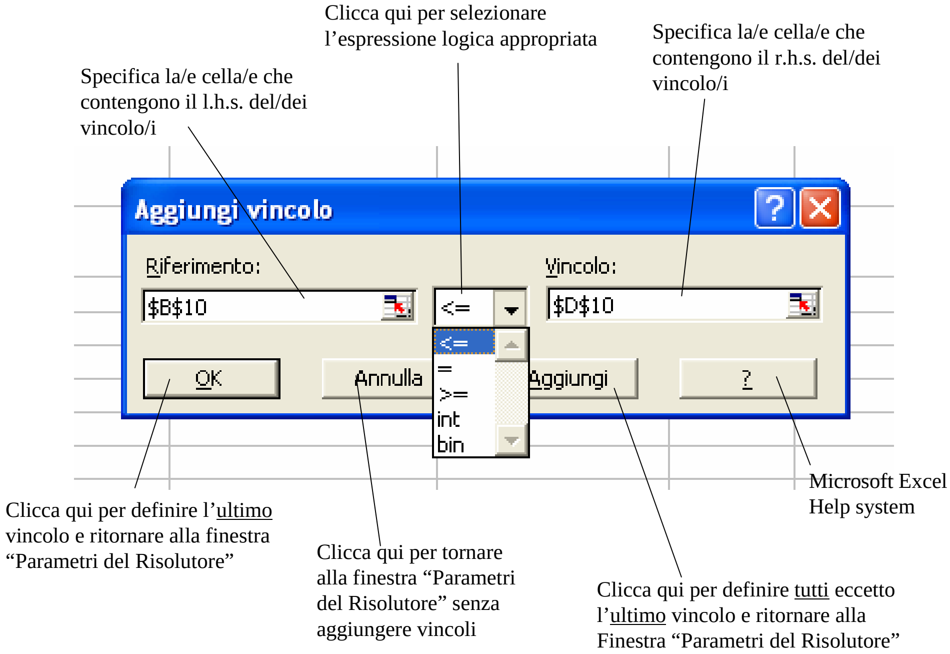


Figura 11.5: Finestra Aggiungi Vincolo.

è salvata insieme con il foglio Excel e ne diventa parte integrante.

11.5 Soluzione di un modello di PL o PLI.

Una volta definiti i parametri del Risolutore e settati i valori nelle Opzioni, si può tentare di risolvere il problema pigiando il tasto Risolvi (Solve). Quando il Solutore ha terminato il calcolo della soluzione ottima, compare la finestra Risultati del Solutore rappresentata in Figura 11.7.

Leggere i risultati di ottimizzazione Il messaggio in alto indica se il solutore è stato in grado o meno di determinare la soluzione ottima del modello. Qualora non sia stato possibile determinare la soluzione ottima, è possibile cambiare alcune delle opzioni nella finestra Opzioni del Solutore per cercare di migliorare le prestazioni dell'algoritmo. In particolare, si possono cambiare i valori di *tempo massimo, iterazioni, approssimazione, tolleranza, convergenza* che stabiliscono i termini per cui l'algoritmo utilizzato dal Solutore si ferma.

Cliccando il tasto OK, si torna al foglio Excel. Si verifica che il valore di alcune celle è stato modificato. In particolare le celle di decisione contengono il valore della soluzione (ottima) determinata dal Solutore, e la cella obiettivo contiene il corrispondente valore della funzione obiettivo. Anche il valore del l.h.s dei vincoli è calcolato utilizzando il valore corrente delle variabili di decisione.

Cambiando i dati del modello, la soluzione ottima non viene automaticamente aggiornata. È quindi necessario far risolvere nuovamente il problema.
La tabella Excel per il problema di capital Budgeting risolto è riportata in Figura 11.8.

Osserviamo che abbiamo risolto un problema di PLI. Excel-Solver è in grado di risolvere problemi di PLI di piccole dimensioni. Quando il numero di variabili è troppo alto, la determinazione della soluzione ottima, può richiedere troppo tempo o non convergere affatto.

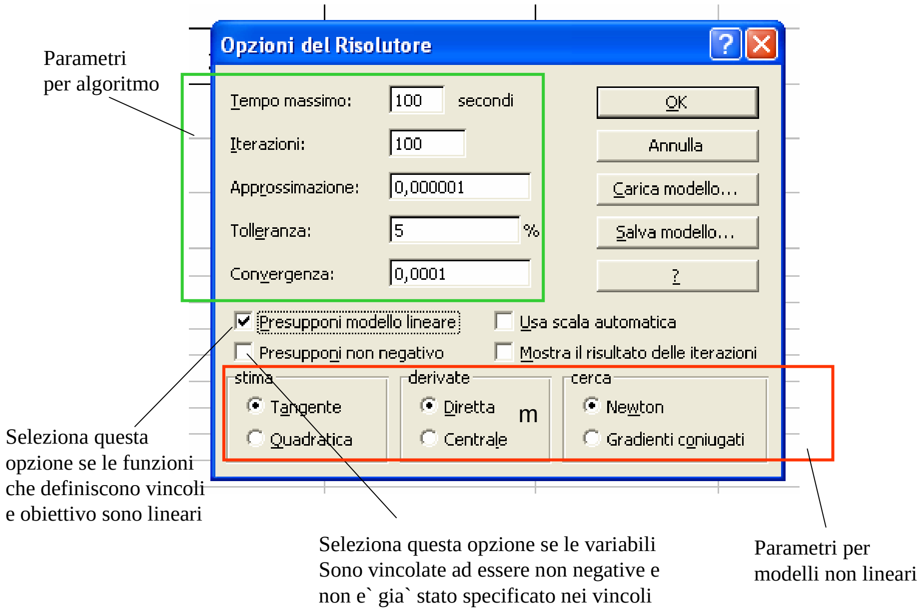


Figura 11.6: Opzioni del risolutore.

11.6 Ulteriori informazioni fornite dal Solutore

Tutti i software di PL forniscono un numero di informazioni aggiuntive oltre al valore ottimo delle variabili di decisione e della funzione obiettivo.

Il Solver di Microsoft Excel produce tre fogli opzionali che sono: Rapporto valori, Rapporto sensibilità e Rapporto limiti. Da notare che il Rapporto sensibilità e il Rapporto limiti sono privi di significato per problemi a variabili intere, come sarà chiaro più avanti. Per questo motivo, illustreremo i risultati dei Rapporti non più per il problema di Capital budgeting, ma per il problema di Programmazione Lineare di allocazione ottima descritto nel Paragrafo 2.4.1.
Il modello matematico è

$$\begin{array}{ll} \max & 7x_1 + 10x_2 \\ & x_1 + x_2 \leq 750 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 1000 \\ & x_2 \leq 400 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{array} \tag{11.1}$$

relativo all'allocazione ottima di due risorse e la sua soluzione con metodo grafico è stata determinata nel'Esempio 4.3.4. Una possibile rappresentazione in una tabella Excel è riportata in 11.11.
Impostando il modello nel solutore si determina la soluzione ottima.
Nella tabella Excel, i valori iniziali delle celle variabili sono stati posti a $(5,\ 6)^T$ e la soluzione ottima è $x^*(500,\ 250)^T$.
I tre Rapporti possono essere richiesti una volta che il Solutore ha trovato la soluzione ottima del problema di PL. La richiesta deve essere fatta dalla finestra Risultato del Solutore (vedi Figura 11.7), selezionando nella parte in altro a destra il rapporto che si desidera generare.

Rapporto valori

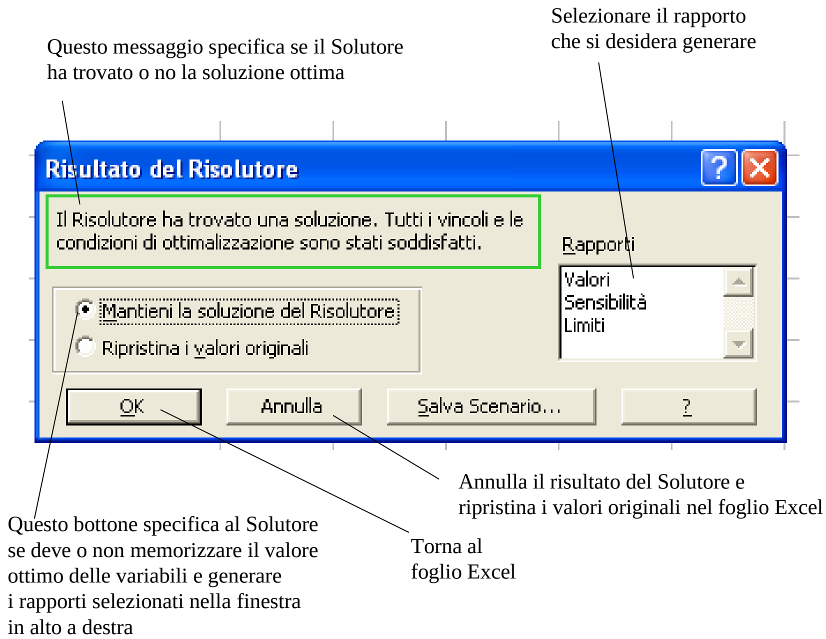


Figura 11.7: Finestra Risultato del Solutore.

Il Rapporto valori per il problema di Allocazione ottima (11.1) è riportato in figura 11.11.

Il Rapporto valori è diviso in tre sezioni: funzione obiettivo, celle variabili, vincoli. Per quanto riguarda le prime sue sezioni, sono riportati i valori iniziali e i valori ottenuti dal Solutore.
Nella sezione dedicata ai vincoli, per ogni vincolo oltre al valore del l.h.s. e alla relativa formula (in formato excel) fornisce indicazioni sullo stato. In particolare lo stato di un vincolo può essere Vincolante o Non Vincolante. Si intende che il vincolo è rispettivamente *attivo* (ovvero soddisfatto all'uguaglianza) o *non attivo* (ovvero soddisfatto con la disuguaglianza stretta) nella soluzione ottima determinata dal Solutore. L'ultima colonna della sezione dedicata ai vincoli Tolleranza è la differenza (slack) tra il valore del l.h.s e il valore del r.h.s.. Questa informazione è di interesse quando i vincoli si riferiscono ad una risorsa limitata (come nel caso dell'esempio di allocazione ottima delle risorse). In questo caso infatti la Tolleranza indica quanta della risorsa disponibile *non* è stata utilizzata. Nell'esempio 11.1, all'ottimo sono attivi i vincoli $x_1 + x_2 \leq 750$, $x_1 + 2x_2 \leq 1000$, mentre il vincolo $x_2 \leq 400$ relativo alla disponibilità di preparato 3 è non attivo. Il valore della Tolleranza=150 che è la differenza tra la disponibilità di preparato 3 (=400) e la quantità utilizzata (=250). È ovvio che la soluzione ottima del problema (11.1) rimane invariata se la quantità disponibile di preparato 3 viene aumentata o ridotta fino al valore 250.

Rapporto sensibilità e prezzi ombra L'analisi di senibilità si occupa di valutare come la soluzione ottima di un problema di PL cambia al variare dei dati che definiscono l'istanza del problema sotto studio. Abbiamo affrontato questo problema nel paragrafo 10.5.1. Qui ci limitiamo a descrivere il foglio prodotto dal Solver di Microsoft Excel.
Il Rapporto sensibilità è generato da Excel su richiesta. Il file generato per il problema di allocazione ottima di risorse in § 2.4.1 è in figura 11.12.

Il rapporto è diviso in due parti. Nella parte superiore per ogni cella variabile è riportato il valor e della soluzione ottima. Se una variabile è nulla, significa che non è vantaggioso produrla. La colonna Costo ridotto di questa attività indica quanto maggiore dovrebbe essere il profitto per unità relativo a

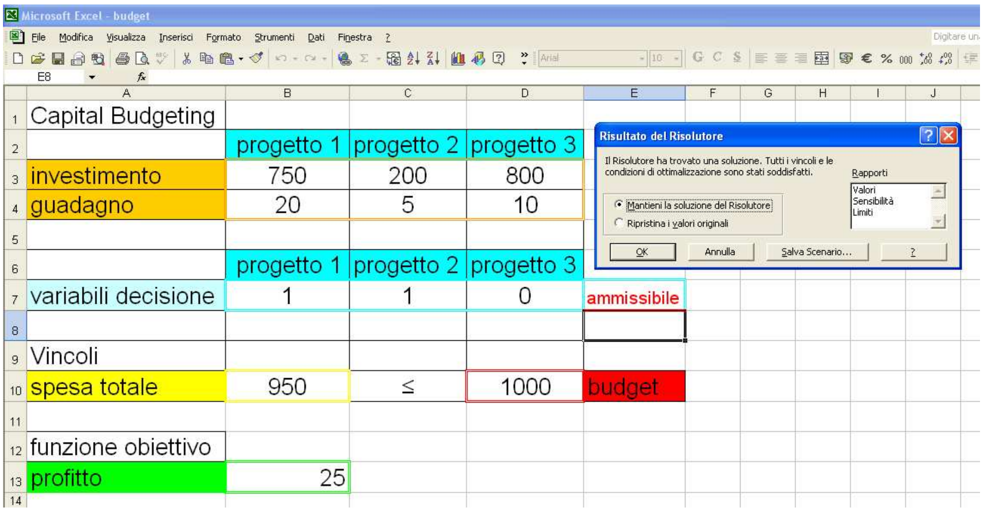


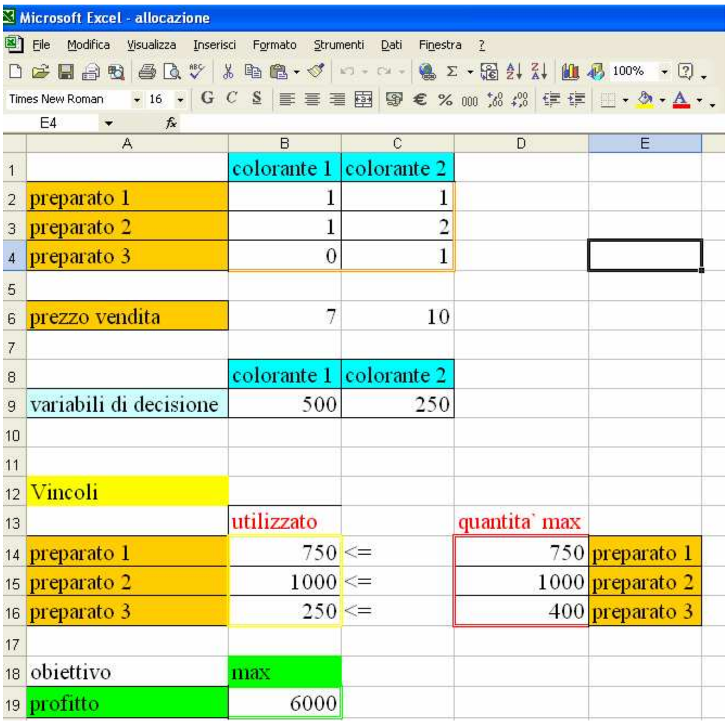
Figura 11.8: Risultato del Solutore per il problema di Capital budgeting.

questa variabile affinché sia inserita nella soluzione ottima ad un valore non nullo. Se il costo ridotto relativo alla variabile x_i è negativo pari a $-\gamma_i$, questo significa che il profitto relativo a quella variabile deve aumentare da c_i (valore indicato in tabella nella colonna Coefficiente oggettivo) a $c_i + \gamma_i$ perché esista una soluzione ottima con $x_i > 0$. Le colonne aumento e decremento ammissibile corrispondono alla variazione in aumento o diminuzione per c_i per cui la soluzione rimane ottima.

D'atra parte se una variabile è già positiva all'ottimo, le colonne Incremento/Decremento consentito indicano quanto deve variare in più o in meno, il profitto relativo a quella cella variabile affinché la soluzione data non sia più ottima.
Ad esempio nel problema di allocazione ottima di risorse in § 2.4.1, la cella variabile $B$9 che corrisponde alla produzione di Colorante di tipo 1, l'attuale coefficiente della funzione obiettivo è 7, mentre Incremento e Decremento consentiti sono rispettivamente 3 e 2. Questo significa che se il coefficiente c_1 della funzione obiettivo varia nell'intervallo $[5, 10]$ i cui estremi corrispondono a $7-2$ e $7+3$, la soluzione ottima rimane invariata. Se invece il coefficiente c_1 viene modificato ad un valore al di fuori dell'intervallo $[5, 10]$ la soluzione ottima cambia. Per sapere come cambia la soluzione è necessario risolvere nuovamente il modello con il Solutore.

Il valore dell'Incremento e Decremento consentiti può essere anche pari a $1.E + 30$ ($= 10^{30}$) intendendo in questo modo una valore grande a piacere. Si intende che il valore di profitto unitario puàumentare o diminuire senza limiti e la soluzione ottima non cambierà.

Nella parte inferiore del Rapporto di sensibilità, ci sono tante righe quanti sono i vincoli (esclusi eventuali vincoli di limitazione inferiore e superiore delle variabili e in vincoli di non negatività). Per ogni vincolo nella colonna Valore finale è riportato il valore del l.h.s nella soluzione ottima, e il valore del r.h.s. nella colonna Vincolo a destra. Naturalmente se i valori del l.h.s. e r.h.s. coincidono significa che il vincolo è attivo nella soluzione ottima (vedi anche il Rapporto Valori). Un vincolo attivo sta ad indicare una risorsa utilizzata completamente, fino al limite massimo della sua disponibilità. Per queste risorse si può valutare



	A	B	C	D	E
1		colorante 1	colorante 2		
2	preparato 1	1	1		
3	preparato 2	1	2		
4	preparato 3	0	1		
5					
6	prezzo vendita	7	10		
7					
8		colorante 1	colorante 2		
9	variabili di decisione	500	250		
10					
11					
12	Vincoli				
13		utilizzato		quantita' max	
14	preparato 1	750	<=	750	preparato 1
15	preparato 2	1000	<=	1000	preparato 2
16	preparato 3	250	<=	400	preparato 3
17					
18	obiettivo	max			
19	profitto	6000			

Figura 11.9: Tabella Excel relativa al problema di allocazione di risorse.

se e quando può essere conveniente acquisire una maggiore quantità di risorsa. La colonna Prezzo ombra indica i valori dei prezzi ombra relativi a quella risorsa (vedi anche il paragrafo 10.5.1). Nella tabella in figura 11.12 relativa al problema di allocazione ottima di risorse § 2.4.1, il prezzo ombra relativo al primo vincolo (corrispondente alla risorsa "Preparato 1") è 4. Questo significa che ciascuna unità aggiuntiva di "Preparato 1" al di sopra delle 750 già disponibili consente di aggiungere 4 al profitto totale. Naturalmente questa analisi è valida solo entro certi limiti espressi nelle colonne Incremento consentito e Decremento consentito. Nel caso del "Preparato 1" questi limiti sono 250 e 150 rispettivamente. Questo significa che ogni unità aggiunta fino al massimo di 250 produce un incremento del profitto di 4 per unità, e ogni unità sottratta fino ad un massimo di 150 produce una diminuzione di profitto di 4 per unità. Al di fuori di questo range non è possibile utilizzare i prezzi ombra per prevedere cosa succede. L'unico modo per verificare come si modifica la soluzione è di far risolvere nuovamente il modello con i nuovi dati.

L'analisi dei prezzi ombra è identica per ciascun vincolo attivo. Per i vincoli non attivi il valore del prezzo ombra è ovviamente nullo. Questo è sensato dal punto di vista economico; difatti poiché la risorsa non è stata utilizzata completamente (è inn eccesso) non è conveniente acquisire una maggiore quantità. IN questo caso l'Incremento consentito è infinito, perché il prezzo ombra rimane nullo qualunque sia la quanità aggiuntiva. Il decremento consentito è però limitato (nel nostro esempio a 150), perché un'eccessiva riduzione della risorsa può portarla ad essere vincolante. Il decremento massimo consentito è pari esattamente al valore di Tolleranza relativo al vincolo riportato nel Rapporto Valori.

È importante ricordare che nell'analisi che abbiamo fatto, è stato modificato un solo input alla volta.Per sapere cosa succede modificando più input alla volta è necessario utilizzare il Solutore.

Microsoft Excel 10.0 Rapporto valori
Foglio di lavoro: [allocazione.xls]Allocazione ottima di risorse
Data di creazione: 28/04/2004 16.59.50

Cella obiettivo (Max)

Cella	Nome	Valori originali	Valore finale
$B$19	profitto max	95	6000

Celle variabili

Cella	Nome	Valori originali	Valore finale
$B$9	variabili di decisione colorante 1	5	500
$C$9	variabili di decisione colorante 2	6	250

Vincoli

Cella	Nome	Valore della cella	Formula	Stato	Tolleranza
$B$14	preparato 1 utilizzato	750	$B$14<=$D$14	Vincolante	0
$B$15	preparato 2 utilizzato	1000	$B$15<=$D$15	Vincolante	0
$B$16	preparato 3 utilizzato	250	$B$16<=$D$16	Non vincolante	150

Figura 11.10: Rapporto Valori per il problema di allocazione ottima di risorse in § 2.4.1.

Linee guida nell'uso del Rapporto di sensibilità

1. Nella sezione relativa alle Celle variabili se una variabile è attualmente nulla, il suo costo ridotto indica quanto più "vantaggiosa" (ad esempio minor costo o maggior profitto) deve essere il suo coefficiente nella funzione obiettivo in modo che tale variabile risulti positiva nella soluzione ottima.
2. Nella sezione relativa alle Celle variabili se sono presenti dei vincoli di limitazione superiore o inferiore su una variabile, il suo costo ridotto indica quanto più "svantaggiosa" (ad esempio maggior costo o minor profitto) deve essere il suo coefficiente nella funzione obiettivo in modo che il valore di tale variabile sia diminuito.
3. Nella sezione relativa ai Vincoli, il valore del prezzo ombra indica di quanto aumenterebbe il valore della funzione obiettivo (per un problema di massimizzazione) per un incremento unitario del r.h.s. del vincolo corrispondente.

Rapporto limiti

Il Rapporto limiti produce informazioni poco interessanti già presenti negli altri Rapporti. Non verranno discusse affatto.

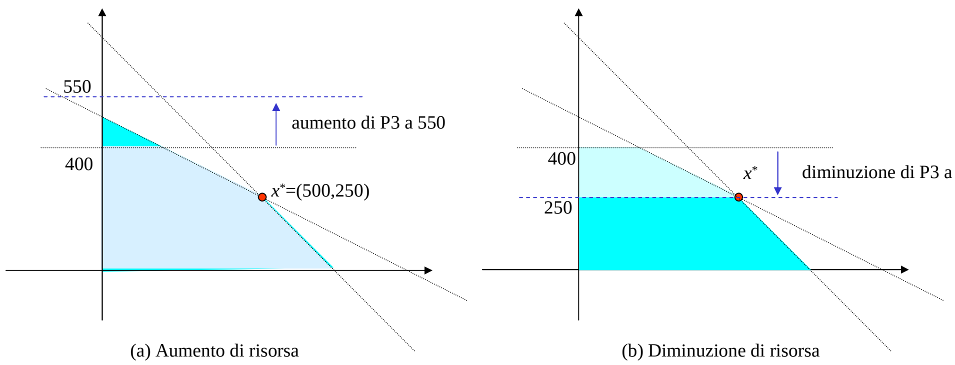


Figura 11.11: Interpretazione grafica del cambiamento del valore della risorsa “prepapato 3” del problema in § 2.4.1.

11.7 Yield management ferroviario

Riprendiamo il semplice esempio del paragrafo 3.3.3 la cui formulazione matematica è:

$$\begin{array}{ll} \max & 42,35x_{12} + 53,20x_{13} + 18,59x_{23} \\ & x_{12} + x_{13} \leq 700 \\ & x_{23} + x_{13} \leq 700 \\ & 0 \leq x_{12} \leq 420 \\ & 0 \leq x_{13} \leq 355 \\ & 0 \leq x_{23} \leq 335 \\ & (x_{12}, x_{23}, x_{13} \text{intere}) \end{array}$$

e la tabella Excel che lo rappresenta è in figura 11.14.

Osserviamo l’uso di due funzioni logiche che consentono visivamente di dire se una soluzione è ammissibile rispetto ai due gruppi di vincoli di capacità

```
=SE(E(B10 -D10 >= 1; B11-D11 >= 1);"NON ammissibile";"ammissibile")
```

e di limitazione superiore sulle variabili

```
=SE(E(B14-D14>=1;B15-D15>=1;B16-D16>=1);"NON ammissibile";"ammissibile")
```

Inoltre nella definizione dei vincoli all’interno del solutore è possibile raggruppare i vincoli dello stesso tipo insieme, come in figura 11.15.

Microsoft Excel 10.0 Rapporto sensibilità
Foglio di lavoro: [allocazione.xls]Allocazione ottima di risorse
Data di creazione: 28/04/2004 16.59.50

Celle variabili

Cella	Nome	Valore finale	ridotto Costo	oggettivo Coefficiente	consentito Incremento	consentito Decremento
$B$9	variabili di decisione colorante 1	500	0	7	3	2
$C$9	variabili di decisione colorante 2	250	0	10	4	3

Vincoli

Cella	Nome	Valore finale	ombra Prezzo	Vincolo a destra	consentito Incremento	consentito Decremento
$B$14	preparato 1 utilizzato	750	4	750	250	150
$B$15	preparato 2 utilizzato	1000	3	1000	150	250
$B$16	preparato 3 utilizzato	250	0	400	1E+30	150

Figura 11.12: Rapporto Sensibilità per il problema di allocazione ottima di risorse in § 2.4.1.

Microsoft Excel 10.0 Rapporto limiti
Foglio di lavoro: [allocazione.xls]Rapporto limiti 1
Data di creazione: 28/04/2004 16.59.50

Cella	Obiettivo Nome	Valore
$B$19	profitto max	6000

Cella	Variabile Nome	Valore	Limite inferiore	Risultato obiettivo	Limite superiore	Risultato obiettivo
$B$9	variabili di decisione colorante 1	500	0	2500	500	6000
$C$9	variabili di decisione colorante 2	250	0	3500	249,9999999	5999,999999

Figura 11.13: Rapporto Limiti per il problema di allocazione ottima di risorse in § 2.4.1.

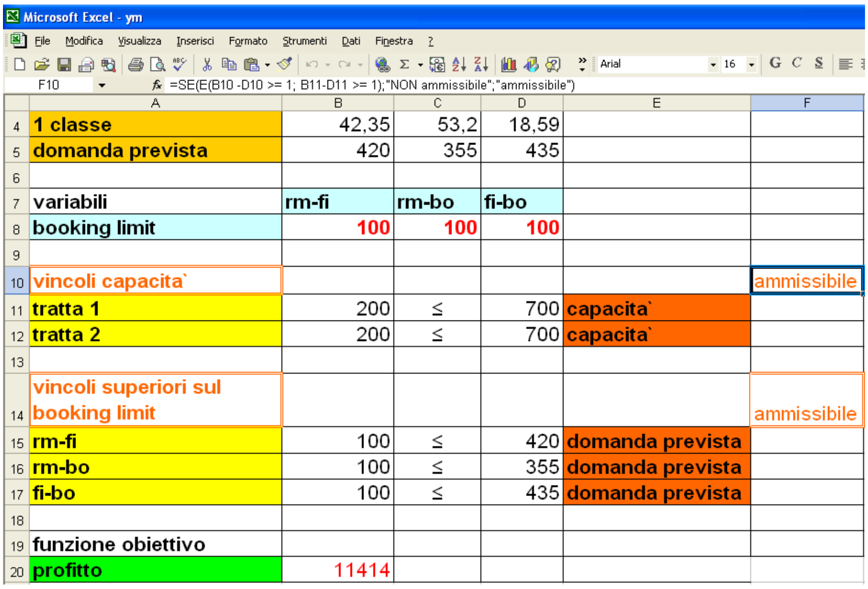


Figura 11.14: Il problema di yield Management ferroviario.

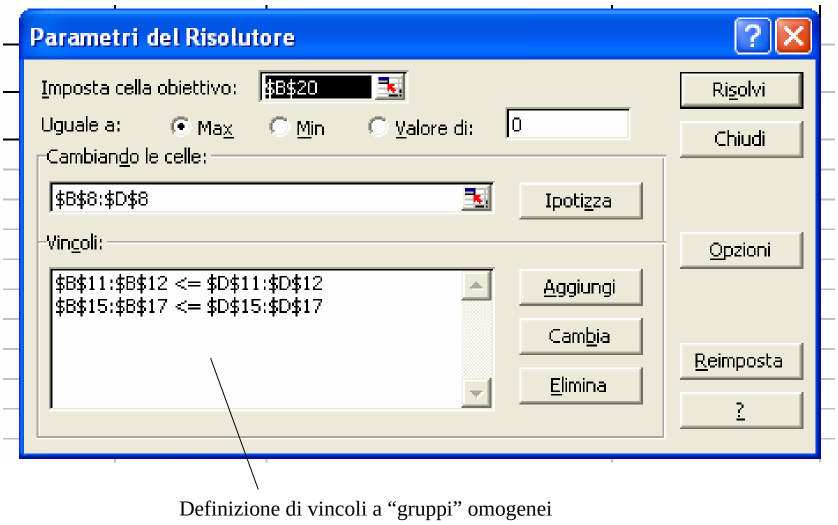


Figura 11.15: Definizione dei vincoli nel problema di yield mangement.

Microsoft Excel 10.0 Rapporto valori
Foglio di lavoro: [ym.xls]yield semplice
Data di creazione: 28/04/2004 15.08.56

Cella obiettivo (Max)

Cella	Nome	Valori originali	Valore finale
$B$20	profitto rm-fi	11414	40490,8

Celle variabili

Cella	Nome	Valori originali	Valore finale
$B$8	booking limit rm-fi	100	420
$C$8	booking limit rm-bo	100	280
$D$8	booking limit fi-bo	100	420

Vincoli

Cella	Nome	Valore della cella	Formula	Stato	Tolleranza
$B$11	tratta 1 rm-fi	700	$B$11<=$D$11	Vincolante	0
$B$12	tratta 2 rm-fi	700	$B$12<=$D$12	Vincolante	0
$B$15	rm-fi rm-fi	420	$B$15<=$D$15	Vincolante	0
$B$16	rm-bo rm-fi	280	$B$16<=$D$16	Non vincolante	75
$B$17	fi-bo rm-fi	420	$B$17<=$D$17	Non vincolante	15

Figura 11.16: Rapporto valori per il problema di YM.

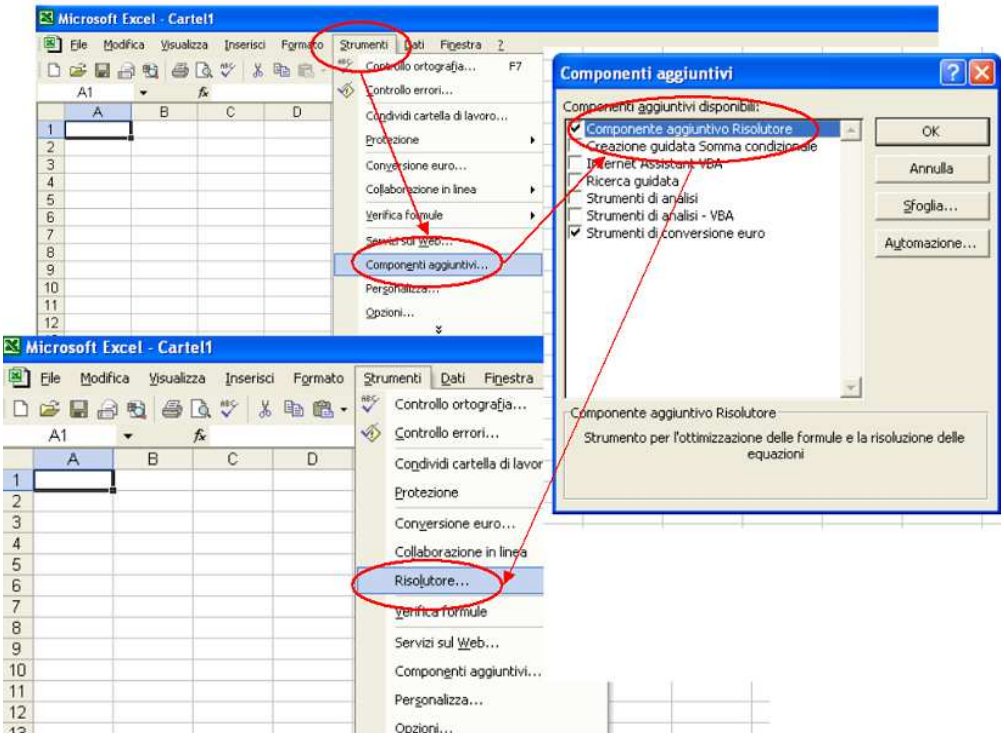


Figura 11.17: Installazione del solutore in Excel.

Indice