

Un problema multi impianto

Un'azienda dispone di due impianti **A** e **B**. Ciascun impianto produce due prodotti: **standard** e **deluxe**

Ogni **unità di prodotto** dà luogo ad un profitto unitario riportato in tabella

	standard	deluxe			
profitto unitario	10	15			

Ogni impianto A e B, gestisce due processi produttivi: smerigliatura (**grinding**) e lucidatura (**polishing**)

Un problema multi impianto

I tempi di smerigliatura e lucidatura (espressi in ore per unità di ogni tipo di prodotto) nei due impianti sono diversi e riportati in tabella

	factory A			factory B	
	standard	deluxe		standard	deluxe
smerigliatura	4	2		5	3
lucidatura	2	5		5	6

L' impianto A ha macchinari per la smerigliatura con capacità di **80** ore settimanali e per la lucidatura con capacità di **60** ore settimanali

L' impianto B ha macchinari per la smerigliatura con capacità di **60** ore settimanali e per la lucidatura con capacità di **75** ore settimanali

Un problema multi impianto

Disponibilità di materiale grezzo

Ogni prodotto (standard o deluxe) richiede **4 kg** di materiale grezzo

L'azienda dispone di **120 kg** di materiale grezzo a settimana

Determinare il livello di produzione ottimo (ovvero che massimizza il profitto)

Un problema multi impianto

impianto A

autonome nella produzione

impianto B

Condividono la
disponibilità di
materiale grezzo

Un possibile approccio consiste nel dividere
A PRIORI
il materiale grezzo tra i due impianti

120 kg.

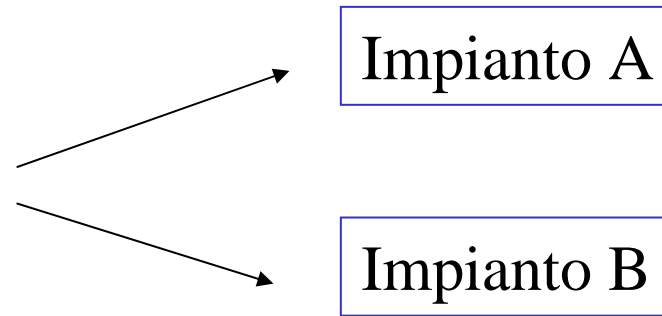
M Kg sono assegnati all'impianto A

120-M Kg sono assegnati all'impianto B

Un problema multi impianto

Disponibilità di materiale grezzo divisa a priori tra le fabbrica

Dunque abbiamo due modelli matematici



Un possibile scenario

120 kg.

75 Kg sono assegnati alla Impianto A

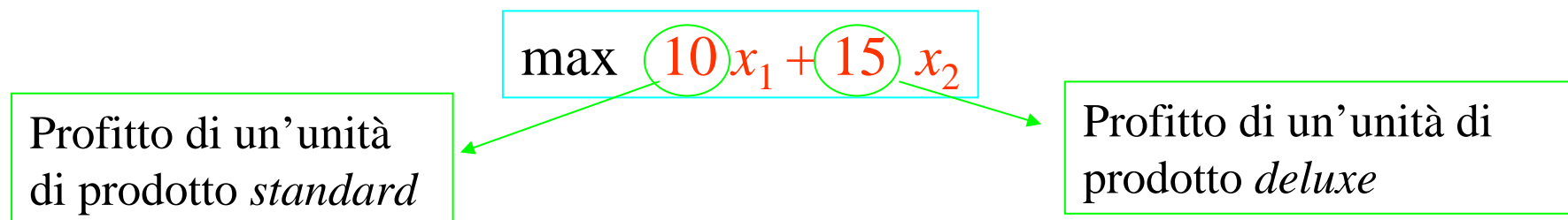
45 Kg sono assegnati alla Impianto B

Modello Matematico per l'impianto A

Le **variabili di decisione** per l'impianto A sono le quantità di ciascun tipo di prodotti

$$\text{standard} = x_1, \text{deluxe} = x_2 \quad x_1, x_2 \geq 0$$

La **funzione obiettivo** è il **profitto** che deve essere massimizzato (**max**)



Vincoli:

Disponibilità di materiale grezzo

$$4x_1 + 4x_2 \leq 75$$

Kg di materiale grezzo per unità di prodotto *standard*

Kg di materiale grezzo per unità di prodotto *deluxe*

Modello Matematico per l'impianto A

Ulteriori vincoli:

smerigliatura

lucidatura

Vincoli di processo

$$4 x_1 + 2 x_2 \leq 80$$

$$2 x_1 + 5 x_2 \leq 60$$

$$\max \quad 10 x_1 + 15 x_2$$

$$4 x_1 + 4 x_2 \leq 75$$

$$4 x_1 + 2 x_2 \leq 80$$

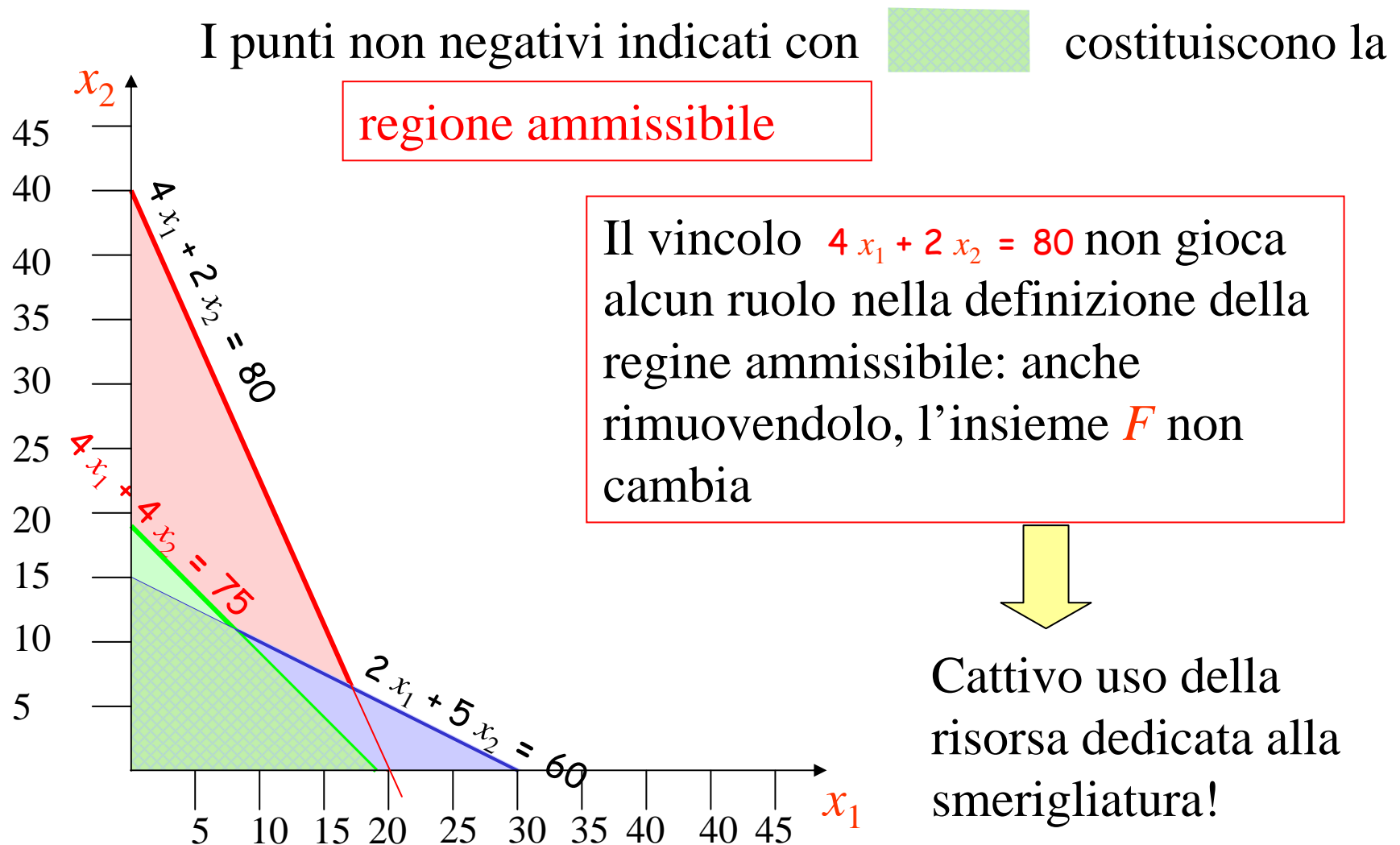
$$2 x_1 + 5 x_2 \leq 60$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Modello
completo per la
fabbrica A

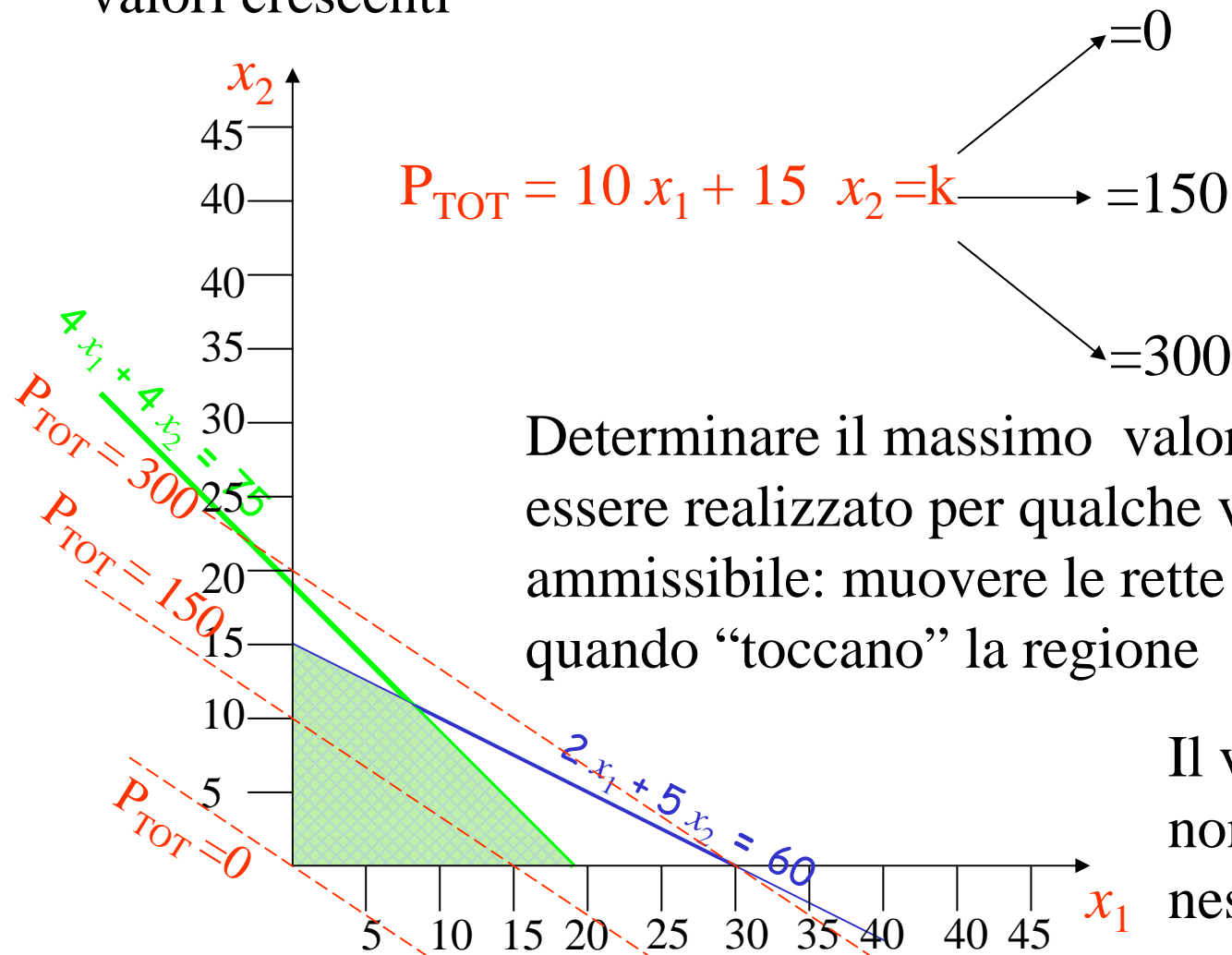
Soluzione geometrica: ins. ammissibile Impianto A

Grafico l'insieme F delle possibile soluzioni ammissibili



Soluzione geometrica: profitto Impianto A

Nel piano (x_1, x_2) , disegniamo le rette di livello del profitto P_{TOT} per valori crescenti

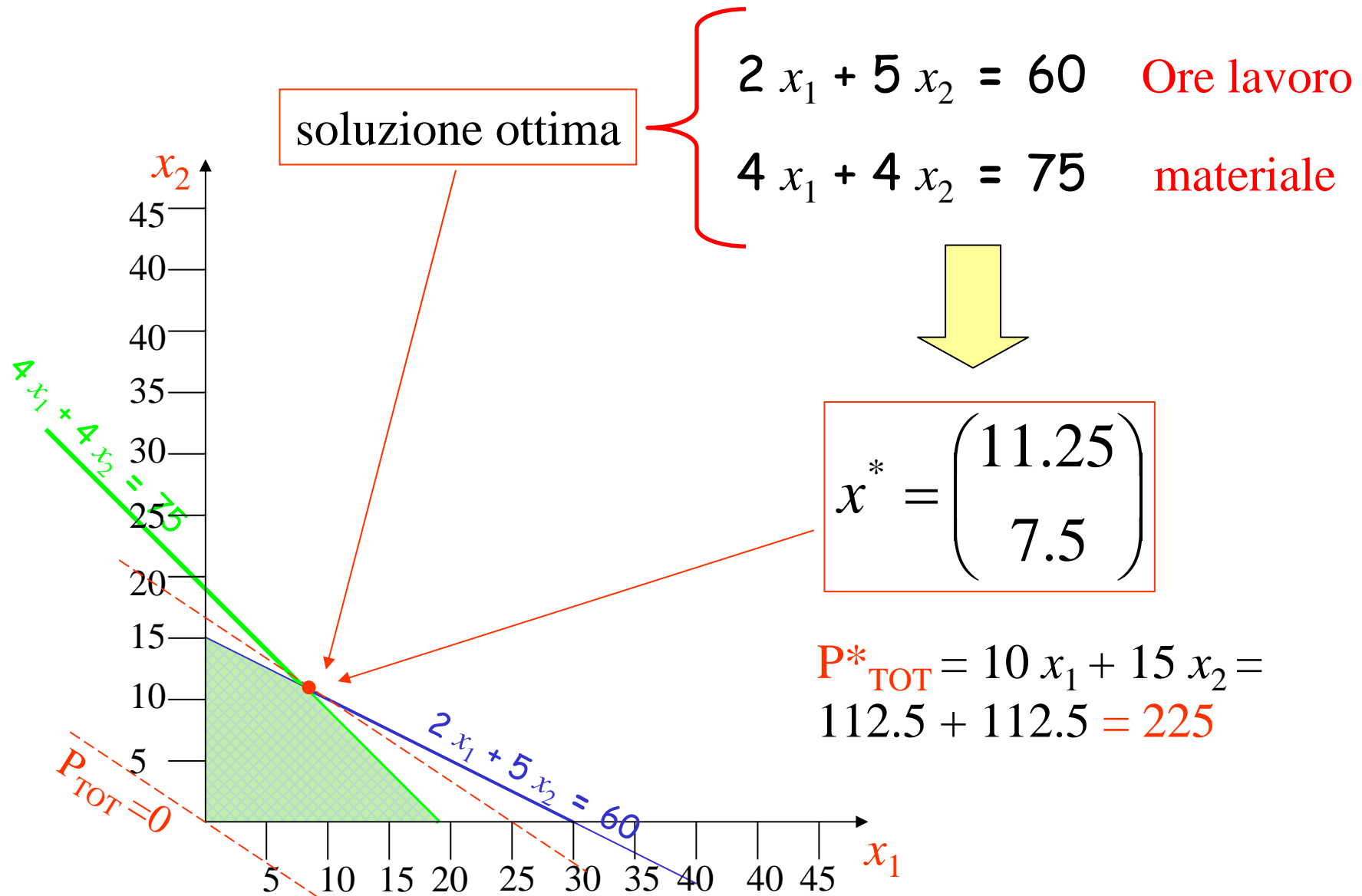


Si tratta di un fascio di rette parallele

Determinare il massimo valore di P_{TOT} che può essere realizzato per qualche valore ammissibile: muovere le rette parallele fino a quando “toccano” la regione

Il valore $P_{TOT} = 300$ non è realizzabile per nessun punto di F

Soluzione geometrica: Impianto A



Modello Matematico per la fabbrica B

Le **variabili di decisione** per la fabbrica B sono le quantità di ciascun tipo di prodotti

$$\text{standard} = x_3, \text{deluxe} = x_4 \quad x_3, x_4 \geq 0$$

La **funzione obiettivo** è il **profitto** che deve essere massimizzato (**max**)

$$\max \quad 10 x_3 + 15 x_4$$

Vincoli:

Disponibilità di materiale grezzo

$$4 x_3 + 4 x_4 \leq 45$$

Modello Matematico per l'impianto B (2)

vincoli:

Processo

smerigliatura

$$5 x_3 + 3 x_4 \leq 60$$

lucidatura

$$5 x_3 + 6 x_4 \leq 75$$

$$\max 10 x_3 + 15 x_4$$

$$4 x_3 + 4 x_4 \leq 45$$

$$5 x_3 + 3 x_4 \leq 60$$

$$5 x_3 + 6 x_4 \leq 75$$

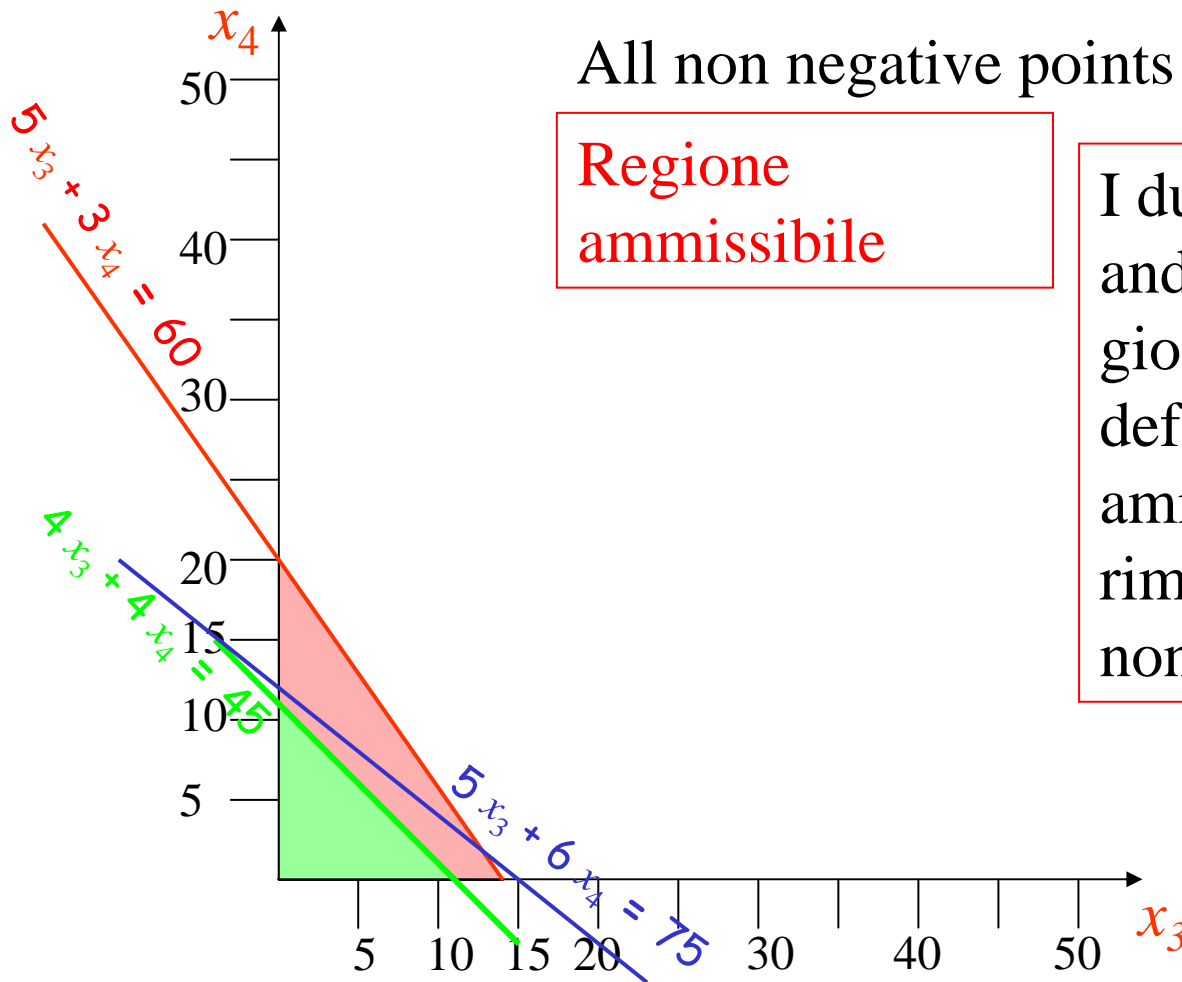
$$x_3, x_4 \geq 0$$

Modello per
l'impianto B

Soluzione geometrica: insieme ammissibile

Disegniamo l'insieme ammissibile F per l'impianto B

Nel piano (x_3, x_4) , tracciamo le equazioni di vincolo



Regione
ammissibile

I due vincoli $5x_3 + 6x_4 = 75$
and $5x_3 + 3x_4 = 60$ non
giocano alcun ruolo nella
definizione della regione
ammissibile: anche
rimuovendoli, l'insieme F
non cambia

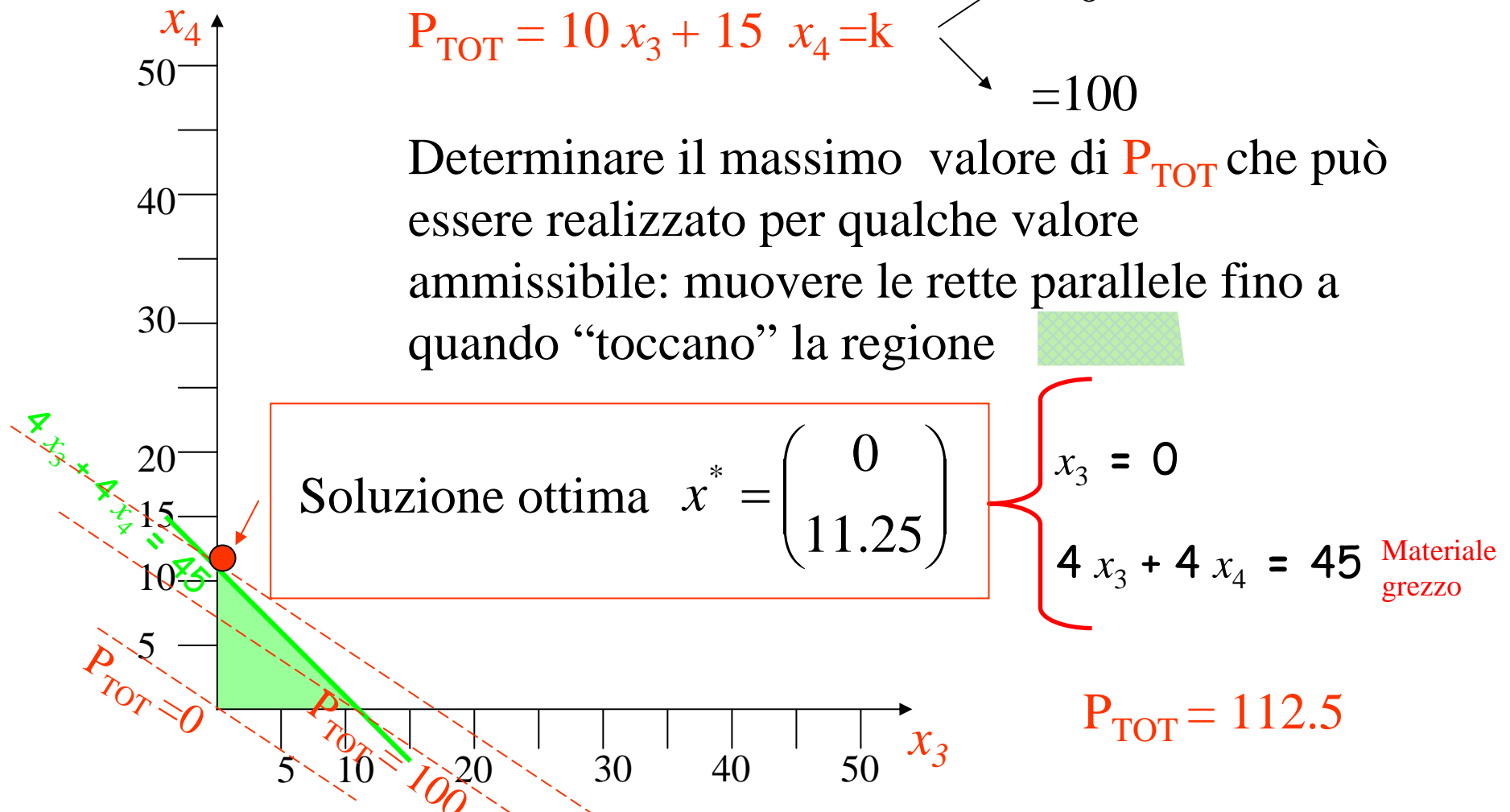
Cattivo uso di 2 risorse !

Soluzione geometrica

Nel piano (x_3, x_4) , disegniamo le rette di livello del profitto P_{TOT} per valori crescenti

$$P_{TOT} = 10x_3 + 15x_4 = k \begin{cases} = 0 \\ = 100 \end{cases}$$

Determinare il massimo valore di P_{TOT} che può essere realizzato per qualche valore ammissibile: muovere le rette parallele fino a quando “toccano” la regione



Uno sguardo “globale” sull’azienda in questo scenario

	standard	deluxe
produzione	11.25	18.75
PROFITTO	393.75	

Produzione complessiva = somma della
produzione nell’impianto A e nell’impianto B

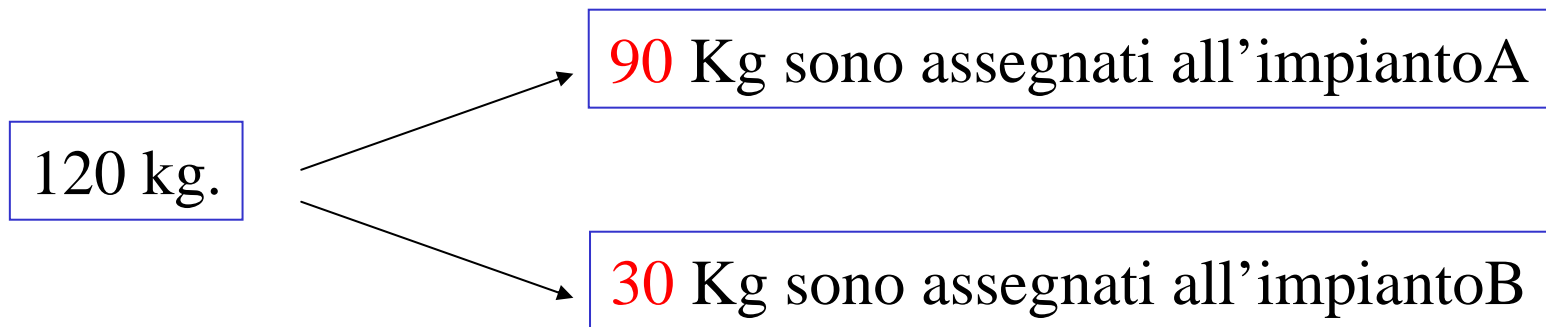
Profitto dell’azienda = somma
dei profitti dell’impianto A e
dell’impianto B

Questa soluzione è stata
ottenuta con un’arbitraria
allocazione delle risorse

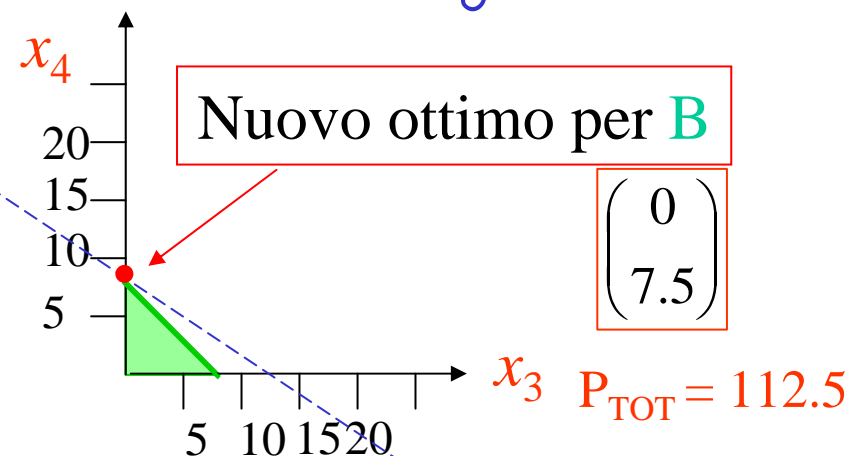
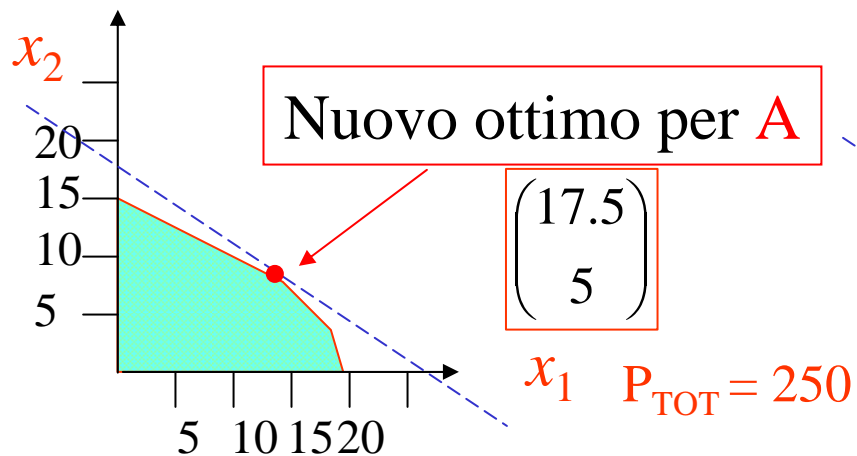
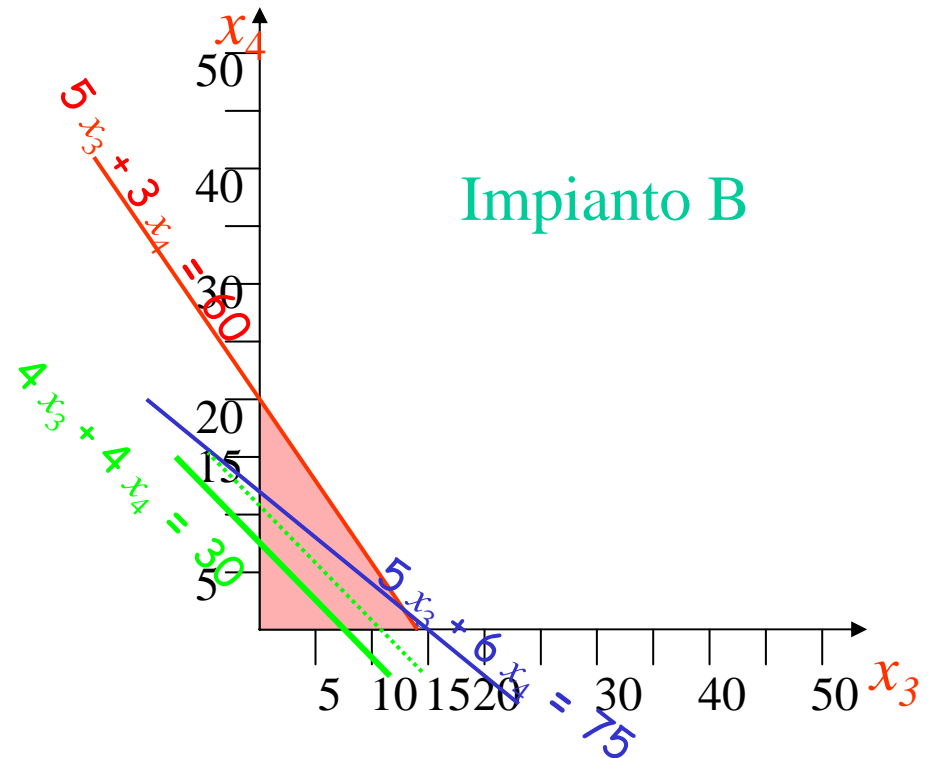
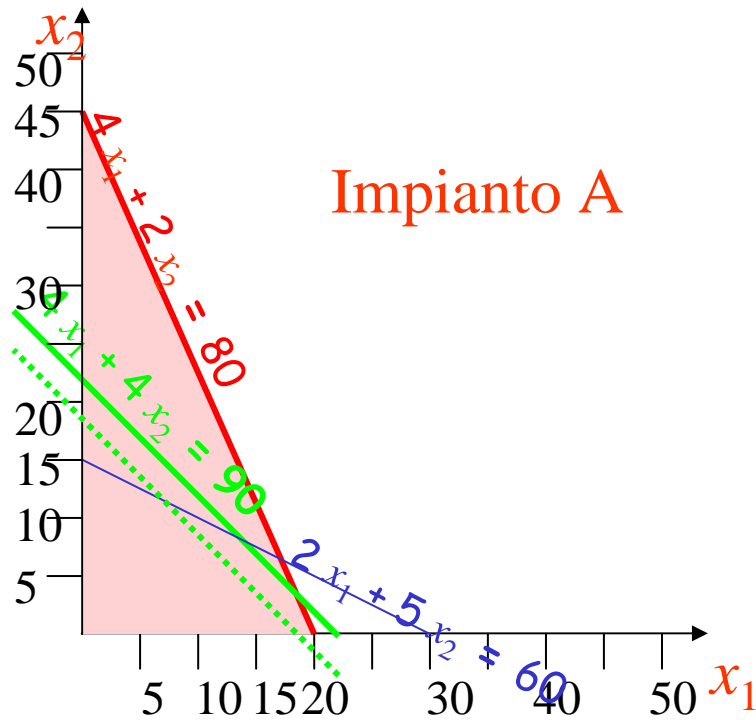
Cambiamo lo scenario

La soluzione è stata ottenuta con **un'arbitraria allocazione delle risorse**, vediamo cosa succede se si cambia la allocazione della risorsa

Materiali grezzo totale



Cambio di scenario: visione geometrica



L'azienda nel nuovo scenario

	COMPANY	
	standard	deluxe
production	17,5	12,5
PROFIT	362,5	

Produzione complessiva = somma della produzione nell'impianto A e nell'impianto B

Profitto dell'azienda = somma dei profitti dell'impianto A e dell'impianto B

Questa soluzione è peggiore di quella precedente

Modello matematico per l'azienda

I due **prodotti** realizzati nell'impianto A e nel B sono le variabili di decisione

standard in factory A = x_1 , deluxe in factory A = x_2

standard in factory B = x_3 , deluxe in factory B = x_4

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

Objective function is the overall **profit** to be **maximize**

$$\max 10 x_1 + 15 x_2 + 10 x_3 + 15 x_4$$

Modello matematico per l'azienda

Constraints:

Technological constraints

smerigliatura

$$4 x_1 + 2 x_2 \leq 80$$

Factory A

$$5 x_3 + 3 x_4 \leq 60$$

Factory B

lucidatura

$$2 x_1 + 5 x_2 \leq 60$$

Factory A

$$5 x_3 + 6 x_4 \leq 75$$

Factory B

VINCOLO: Disponibilità di materiale primo

$$4 x_1 + 4 x_2 + 4 x_3 + 4 x_4 \leq 120$$

Common constraint

Modello matematico per l'azienda

$$\begin{aligned} \max \quad & 10 x_1 + 15 x_2 + 10 x_3 + 15 x_4 \\ & 4 x_1 + 2 x_2 \leq 80 \\ & \quad \quad \quad 5 x_3 + 3 x_4 \leq 60 \\ & 2 x_1 + 5 x_2 \leq 60 \\ & \quad \quad \quad 5 x_3 + 6 x_4 \leq 75 \\ & 4 x_1 + 4 x_2 + 4 x_3 + 4 x_4 \leq 120 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

Piu` di due variabili: NON possiamo risolvere graficamente