

**Corso: Ricerca Operativa (Laurea e Laurea Magistrale)**  
**Settore: MAT09 - Crediti: 6**  
Università di Roma "La Sapienza"  
A.A. 2010-2011

**Obiettivi.** Introdurre gli studenti alla programmazione matematica e alla loro applicazione in campo ingegneristico, logistico, economico, organizzativo. Fornire gli strumenti per: riconoscere classi di modelli standard (in particolare di programmazione lineare sia continua che a variabili intere, di programmazione convessa), individuare le soluzioni ottime utilizzando condizioni di ottimo. Programma

**Docente:** Laura Palagi

**Programma.**

Il programma coincide con il contenuto delle dispense.

NON sono in programma le seguenti dimostrazioni/teoremi:

1. il Lemma 4.3.1
2. il teorema 5.3.11 e la sua dimostrazione
3. la dimostrazione del teorema 6.4.8
4. la seconda parte della dimostrazione del teorema 7.2.1
5. la dimostrazione del teorema 10.1.1
6. il teorema 12.4.4
7. il teorema 12.4.6

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
1.1	Breve storia della Ricerca Operativa . . . . .	1
1.2	La Ricerca Operativa oggi . . . . .	2
1.3	L'approccio modellistico . . . . .	7
1.4	Un primo esempio di costruzione di un modello matematico .	12
<b>2</b>	<b>Modelli di Ottimizzazione</b>	<b>15</b>

<b>3</b>	<b>Modelli di Programmazione Lineare</b>	<b>27</b>
3.1	Struttura di un problema di Programmazione Lineare . . . . .	27
3.2	Trasformazioni equivalenti . . . . .	30
3.2.1	Funzione obiettivo di tipo max . . . . .	30
3.2.2	Funzione modulo . . . . .	32
3.3	Semplici esempi di problemi di programmazione lineare . . . . .	33
<b>4</b>	<b>Soluzione grafica di problemi PM in 2 variabili</b>	<b>43</b>
4.1	Rappresentazione di vincoli nel piano cartesiano . . . . .	43
4.2	Rappresentazione di funzioni obiettivo . . . . .	46
4.3	Esempi di risoluzione grafica . . . . .	48
<b>5</b>	<b>Problemi di ottimizzazione convessa e concava</b>	<b>61</b>
5.1	Insiemi Convessi . . . . .	61
5.1.1	Poliedro e punti estremi di un insieme convesso . . . . .	65
5.2	Funzioni convesse e concave . . . . .	66
5.3	Problemi di ottimizzazione . . . . .	67
5.4	Caratterizzazione funzioni convesse continuamente differenzi- abili . . . . .	72
5.4.1	Funzioni e forme quadratiche . . . . .	72
<b>6</b>	<b>Problemi di ottimizzazione non vincolata</b>	<b>76</b>
6.1	Introduzione . . . . .	76
6.2	Direzioni di discesa . . . . .	76
6.3	Condizioni di ottimo non vincolate . . . . .	81
6.4	Utilizzo algoritmico delle condizioni di ottimo non vincolate . . . . .	89
6.5	Modelli di ottimizzazione non vincolata . . . . .	92
<b>7</b>	<b>Ottimizzazione vincolata</b>	<b>94</b>
7.1	Introduzione . . . . .	94
7.2	Direzione ammissibile . . . . .	94
7.3	Condizioni di ottimo vincolate . . . . .	96
7.4	Condizioni di ottimo su insieme convesso generico . . . . .	99
7.7	Condizioni di ottimo su un poliedro . . . . .	107
7.7.1	Condizioni di ottimo per la Programmazione Lineare . . . . .	111
7.8	Utilizzo algoritmico delle condizioni di ottimo per problemi con vincoli convessi . . . . .	112
<b>8</b>	<b>Cenni di Teoremi dell'alternativa</b>	<b>114</b>
<b>9</b>	<b>Le condizioni di Karush-Kuhn-Tucker</b>	<b>119</b>

<b>10 Teoria della Programmazione Lineare</b>	<b>130</b>
10.1 Caratterizzazione dei vertici di un poliedro . . . . .	130
10.2 Il teorema fondamentale della PL . . . . .	136
10.3 Problemi di PL in forma standard . . . . .	141
10.4 Cenni sul metodo del simpleso per la Programmazione Lineare	142
10.4.1 Soluzione di Base Ammissibile (SBA) e costi ridotti . .	143
<b>11 Condizioni di ottimo per la PL e teoria della dualità</b>	<b>146</b>
11.1 Le condizioni di ottimalità nella Programmazione Lineare . .	146
11.2 Costruzione del duale di un problema di PL . . . . .	152
11.3 Interpretazione della Dualità . . . . .	157
11.3.4 Analisi di sensitività alla variazione dei dati . . . . .	162
11.3.5 Interpretazione geometrica della variazione dei dati sui problemi primale duale . . . . .	162
11.3.6 Interpretazione economica della dualità e prezzi ombra	165
<b>12 Programmazione Lineare Intera</b>	<b>167</b>
12.1 Formulazioni Classiche di Problemi Lineari Interi . . . . .	168
12.1.1 Knapsack (zaino) binario . . . . .	168
12.1.2 Assegnamento . . . . .	169
12.2 Uso di variabili booleane per modellare condizioni logiche . .	171
12.2.1 Problema del costo fisso. . . . .	171
12.2.2 Variabili indicatrici . . . . .	175
12.2.3 Il problema del commesso viaggiatore . . . . .	177
12.3 Relazioni tra PL e PLI . . . . .	178
12.4 Proprietà di interezza e totale unimodularità . . . . .	183
12.5 Tecniche di soluzione per problemi di PLI . . . . .	186
12.5.1 La Tecnica del Branch and Bound . . . . .	187
12.5.2 Il problema del Knapsack . . . . .	196