

**Prova scritta di COMPLEMENTI DI CONTROLLI AUTOMATICI**  
**20 aprile 2007**

**Problema 1**

Si consideri il processo descritto da

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_4 \\ \dot{x}_2 &= -x_3 \\ \dot{x}_3 &= u \\ \dot{x}_4 &= -x_2 \\ y &= x_2\end{aligned}$$

dove  $u$  è l'ingresso e  $y$  è l'uscita. Assumendo che lo stato  $x$  del processo sia misurabile, si progetti un regolatore asintotico dell'uscita per una traiettoria di riferimento  $y_d(t) = a \sin \omega t$ , con  $a, \omega > 0$ .

**Problema 2**

Per il sistema descritto dalle equazioni

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1(1 - x_2) - 2x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_1x_2 - 3x_2 - x_1(x_1 + x_2)\end{aligned}$$

- a) si individuino tutti i punti di equilibrio, e se ne studi la stabilità con il criterio indiretto di Lyapunov;
- b) si approfondisca tale studio con il criterio diretto di Lyapunov.

**Tema**

Si discutano i vari schemi di controllo utilizzabili per risolvere il problema della stabilizzazione di posizione nei robot manipolatori caratterizzati dal seguente modello dinamico

$$M(q)\ddot{q} + c(q, \dot{q}) + e(q) = u$$

dove  $q$  è il vettore delle variabili di giunto,  $M(q)$  è la matrice di inerzia (definita positiva),  $c(q, \dot{q}) = S(q, \dot{q})\dot{q}$  raccoglie i termini centrifughi e di Coriolis,  $e(q)$  è il termine gravitazionale e  $u$  è la coppia applicata ai giunti.