

**Gj c`[ ]a Ybhc` esercizi di esame**

## Prova di esame del 14 dicembre 2006

### ESERCIZIO 1

Si considerino due notazioni binarie in virgola mobile a 16 bit, con (nell'ordine da sinistra a destra) 1 bit per il segno (0=positivo), e bit per l'esponente rappresentato in complemento a 2 ed i rimanenti bit per la parte frazionaria della mantissa che è normalizzata tra 1 e 2. Nella prima notazione  $e=4$  e nella seconda  $e=8$ :

- a) calcolare gli estremi di tutti gli intervalli di numeri rappresentabili nella seconda notazione ma non nella prima;
- b) dato il numero  $k$  rappresentato in decimale dalla stringa  $19X$ , rappresentarlo nella prima notazione;
- c) dato il numero  $r$  rappresentato nella prima notazione dalla stringa esadecimale  $C3XX$ , rappresentarlo nella seconda notazione;
- d) calcolare l'errore assoluto che si commette rappresentando nella seconda notazione un numero dello stesso ordine di grandezza di  $s=r/2^{40}$ .

**N.B.** *Il testo è stato corretto al punto b)*

**a)** *calcolare gli estremi di tutti gli intervalli di numeri rappresentabili nella seconda notazione ma non nella prima*

Intervallo dell'esponente nella prima notazione ( $e=4$ ):  $[-8,+7]$

Intervallo dell'esponente nella seconda notazione ( $e=8$ ):  $[-128,+127]$

Intervalli di numeri rappresentabili nella prima notazione:

$$(\sim -2^8, -2^{-8}] \quad [2^{-8}, \sim 2^8)$$

Intervalli di numeri rappresentabili nella seconda notazione:

$$(\sim -2^{128}, -2^{-128}] \quad [2^{-128}, \sim 2^{128})$$

Intervalli di numeri rappresentabili nella seconda notazione ma non nella prima :

$$(\sim -2^{128}, -2^8] \quad (-2^{-8}, -2^{-128}] \quad [2^{-128}, 2^{-8}) \quad [2^8, \sim 2^{128})$$

*(per convincersi disegnare gli estremi degli intervalli sulla retta dei reali)*

**b)** *dato il numero  $k$  rappresentato in decimale dalla stringa  $19X$ , rappresentarlo nella prima notazione;*

Sia  $X=5$ , allora  $k$  è  $195=128+64+2+1$ , che in binario naturale è:

11000011

normalizzando:

$$1.1000011 \cdot 2^7$$

Quindi  $k$  è rappresentato nella prima notazione da:

s	e	m
0	0111	10000110000

c) dato il numero  $r$  rappresentato nella prima notazione dalla stringa esadecimale  $C3XX$ , rappresentarlo nella seconda notazione;

Sia  $X=5$  allora la stringa binaria è

C	3	5	5
1100	0011	0101	0101

ed il numerale che rappresenta  $r$  nella prima notazione è:

s	e	m
1	1000	01101010101

Per cui  $r = 1.01101010101 \cdot 2^{-8}$

Per rappresentare  $r$  nella seconda notazione occorre troncare la mantissa (a 7 bit) e rappresentare l'esponente in CA2 con 8 bit:

s	e	m
1	11111000	0110101

**d)** *calcolare l'errore assoluto che si commette rappresentando nella seconda notazione un numero dello stesso ordine di grandezza di  $s=r/2^{40}$ .*

L'errore relativo nella seconda notazione, che ha 7 cifre frazionarie per la mantissa è  $e_R=2^{-7}$ .

L'errore assoluto che si commette su un numero  $s$  è  $e_A=e_R \cdot \text{ord}(s)$ .

L'ordine di grandezza di  $r$  (cfr. punto **b**) è  $\text{ord}(r)=2^{-8}$

L'ordine di grandezza di  $s$  è  $\text{ord}(s)=\text{ord}(r)/2^{40}=2^{-8} \cdot 2^{-40}=2^{-48}$

Quindi l'errore assoluto che si commette su un numero dello stesso ordine di grandezza di  $s$  è:

$$e_A = e_R \cdot \text{ord}(s) = 2^{-7} \cdot 2^{-48} = 2^{-55}$$

## Prova di esame del 14 dicembre 2006

### ESERCIZIO 2

Si consideri la funzione booleana  $F(A,B,C)$  che assume valore vero se e solo se almeno una delle due fra  $A$  e  $B$  è vera e  $C$  ha valore diverso da  $A$ ;

- a) costruire la tavola di verità di  $F(A,B,C)$ ;
- b) determinare l'espressione di  $F(A,B,C)$  in prima forma canonica;
- c) determinare il circuito corrispondente all'espressione di  $F(A,B,C)$  in prima forma canonica;
- d) determinare per quali valori di  $A,B,C$  la funzione  $G(A,B,C) = F(A,B,C) \text{ AND } B$  assume valore vero.

a) *costruire la tavola di verità di  $F(A,B,C)$*

In base alla definizione la tavola della verità è:

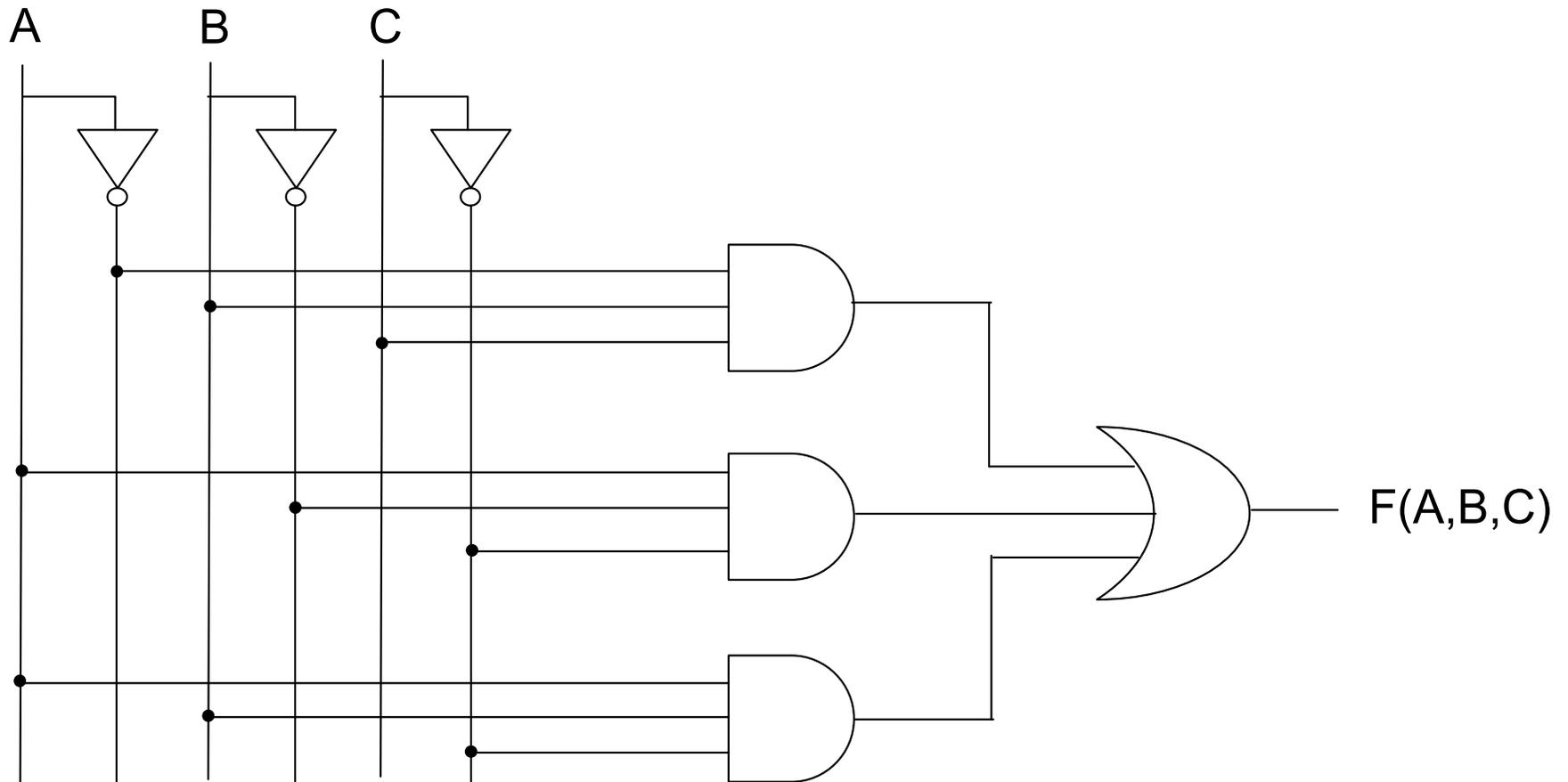
A	B	C	$F(A,B,C)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

b) *determinare l'espressione di  $F(A,B,C)$  in prima forma canonica;*

la funzione ha tre mintermini in corrispondenza ai tre 1 nella tavola di verità:

$$F(A,B,C) = \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C$$

c) *determinare il circuito corrispondente all'espressione di  $F(A,B,C)$  in prima forma canonica;*



$$F(A,B,C) = \bar{A}BC + A\bar{B}C + ABC$$

c) *determinare per quali valori di A,B,C la funzione  $G(A,B,C) = F(A,B,C)$  AND B assume valore vero.*

La funzione  $G(A,B,C)$  assume valore vero solo per i valori di A,B,C in cui B vale 1 e risulta vera la  $F(A,B,C)$ . Guardando la tavola della verità della  $F(A,B,C)$ , si vede che ciò si verifica solo per  $A=0, B=1, C=1$  e per  $A=1, B=1, C=0$ .

A	B	C	F(A,B,C)	G(A,B,C)
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0

## Prova di esame del 20 settembre 2006

### ESERCIZIO 1

Si consideri una notazione binaria in virgola mobile a 16 bit, con (nell'ordine da sinistra a destra) 1 bit per il segno (0=positivo), 9 bit per l'esponente rappresentato in eccesso  $2^8$  ed i rimanenti bit per la parte frazionaria della mantissa che è normalizzata tra 1 e 2:

- a)** calcolare gli estremi dell'intervallo di numeri non rappresentabili che circonda l'origine, specificando anche il loro ordine di grandezza decimale ed i numerali che li rappresentano nella notazione data;
- b)** dati il numero  $k$  rappresentato in decimale dalla stringa X9X, rappresentarlo nella notazione data;
- c)** dato il numero  $r$  rappresentato notazione data dalla stringa esadecimale C3XX, rappresentarlo in notazione complemento a 2 con 20 bit;
- d)** calcolare l'errore assoluto che si commette rappresentando nella notazione data un numero dello stesso ordine di grandezza di  $r = k/240$ .

a) *calcolare gli estremi dell'intervallo di numeri non rappresentabili che circonda l'origine, specificando anche il loro ordine di grandezza decimale ed i numerali che li rappresentano nella notazione data;*

Intervallo dell'esponente (e=4):  $[-256,+255]$

Intervalli di numeri rappresentabili :

$$(\sim -2^{256}, -2^{-256}] \quad [2^{-256}, \sim 2^{256})$$

Quindi l'intervallo di numeri non rappresentabili intorno allo 0 (intervallo di underflow) è:

$$(-2^{-256}, 2^{-256})$$

*(per convincersi disegnare gli estremi degli intervalli sulla retta dei reali)*

b) *dato il numero k rappresentato in decimale dalla stringa X9X, rappresentarlo nella notazione data;*

Sia  $X=3$ ,  $k$  è  $393=256+128+8+1$ , che in binario naturale è:

110001001

normalizzando:

$$1.10001001 \cdot 2^8$$

Quindi  $k$  è rappresentato nella notazione data da:

s	e	m
0	100000100	100010

c) dato il numero  $r$  rappresentato notazione data dalla stringa esadecimale  $C3XX$ , rappresentarlo in notazione complemento a 2 con 20 bit;

Sia  $X=3$ , allora la stringa binaria è:

C	3	3	3
1100	0011	0011	0011

ed il numerale che rappresenta  $r$  nella notazione data è:

s	e	m
1	100001100	100010

Quindi  $r = - 1.100010 \cdot 2^{12}$ , e, denormalizzando,  $r = - 1100010000000$ ,

e il modulo di  $r$  in CA2 con 20 bit:  $|r| = 00000001100010000000$ .

Essendo  $r$  negativo occorre cambiare segno, complementando a 2:

$$(r)_{CA2} = 11111110011110000000$$

**d)** *calcolare l'errore assoluto che si commette rappresentando nella notazione data un numero dello stesso ordine di grandezza di  $s=r/2^{40}$ .*

L'errore relativo nella notazione data, che ha 6 cifre frazionarie per la mantissa, è  $e_R=2^{-6}$ .

L'errore assoluto che si commette su un numero  $s$  è  $e_A=e_R \cdot \text{ord}(s)$ .

L'ordine di grandezza di  $r$  (cfr. punto **b**)) è  $\text{ord}(r)=2^8$

L'ordine di grandezza di  $s$  è  $\text{ord}(s)=\text{ord}(r)/2^{40}=2^8 \cdot 2^{-40}=2^{-32}$

Quindi l'errore assoluto che si commette su un numero dello stesso ordine di grandezza di  $s$  è:

$$e_A = e_R \cdot \text{ord}(s) = 2^{-6} \cdot 2^{-32} = 2^{-38}$$

## Prova di esame del 20 settembre 2006

### ESERCIZIO 2

Si consideri una cache associativa ad insiemi, con 8 elementi per slot, in un sistema con indirizzi a 32 bit e blocchi da 128 byte. Considerando che la suddetta cache ha una capacità netta complessiva di 8 MByte:

- a) calcolare il numero di slot della cache;
- b) illustrare la struttura della slot, specificando la dimensione in bit (o byte) di ciascun elemento;
- c) determinare (esprimendolo in decimale) il numero di slot in cui entra il blocco contenente il byte di indirizzo F3X04X7B;
- d) calcolare il numero di slot che dovrebbe avere una cache a mappa diretta per avere la stessa capacità netta della cache data.



**c)** *Determinare (esprimendolo in decimale) il numero di slot in cui entra il blocco contenente il byte di indirizzo F3X04X7B.*

Se  $X=3$ , allora l'indirizzo del byte in questione è:

F	3	3	0	4	3	7	B
1111	0011	0011	0000	0100	0011	0111	1011

Considerando la struttura dell'indirizzo:

TAG	N. SLOT	BYTE
111100110011	0000010000110	1111011

Quindi il numero di slot è  $2 + 4 + 128 = 134$

**d)** *Calcolare il numero di slot che dovrebbe avere una cache a mappa diretta per avere la stessa capacità netta della cache data.*

Nel caso di cache a mappa diretta:

$$\text{Dim-netta} = \text{Slot} \cdot \text{Dim-Blocco} = 2^x \cdot 2^7 = 8 \text{ MB} = 2^{23}$$

Quindi  $2^x \cdot 2^7 = 2^{23}$  e cioè  $2^x = 2^{16}$ . La cache dovrebbe avere  $2^{16} = 64 \text{ K}$  slot.

## Prova di esame del 11 aprile 2005

### ESERCIZIO 1

Si considerino una notazione binaria in virgola mobile a 16 bit, con  
(nell'ordine da sinistra a destra) 1 bit per il segno (0=positivo), e bit per  
l'esponente rappresentato in eccesso  $2^{e-1}$  ed i rimanenti bit per la parte  
frazionaria della mantissa che è normalizzata tra 1 e 2:

- a) calcolare il valore minimo  $e_{min}$  dell'esponente che consente di rappresentare nella notazione data il numero  $r$  rappresentato in decimale dal numerale -984347495.31;
- b) determinare gli estremi degli intervalli dei numeri effettivamente rappresentabili nella notazione data (con  $e = e_{min}$ ), precisando i rispettivi numerali e l'ordine di grandezza decimale;
- c) dato il numero  $k$  rappresentato in eccesso 215 dalla stringa esadecimale 1X98, rappresentare nella notazione data (con  $e = e_{min}$ ) il numero  $s = k \cdot 2^{-30}$ ;
- d) calcolare per la notazione data (con  $e = e_{min}$ ) l'ordine di grandezza binario degli errori relativo ed assoluto che si commettono rappresentando un numero dello stesso ordine di grandezza di  $s \cdot 10^6$ .

- a) Calcolare il valore minimo  $e_{min}$  dell'esponente che consente di rappresentare nella notazione data il numero  $r$  rappresentato in decimale dal numerale - 984347495.31.

Occorre determinare l'ordine di grandezza binario di  $r$ . Dato che  $10^3 \cong 2^{10}$  allora:

$$r \cong - 10^9 = - (10^3)^3 \cong - (2^{10})^3 = - 2^{30}$$

Bisogna scegliere  $e_{min}$  in modo che l'intervallo dell'esponente contenga 30.

Quindi  $e_{min}=6$  cui corrisponde un intervallo dell'esponente [-32, +31].

- b) Determinare gli estremi degli intervalli dei numeri effettivamente rappresentabili nella notazione data (con  $e = e_{min}$ ), precisando i rispettivi numerali e l'ordine di grandezza decimale;

Max +	$\sim 2^{32}$	0	111111	111111111	$2^{32}=2^2 \cdot 2^{30}=4 \cdot (2^{10})^3 \cong 4 \cdot (10^3)^3=4 \cdot 10^9 \cong 10^9$
Min +	$2^{-32}$	0	000000	000000000	$2^{-32} = \dots \cong 10^{-9}$
Max -	$-2^{-32}$	1	000000	000000000	$-2^{-32} = \dots \cong -10^{-9}$
Min -	$\sim -2^{32}$	1	111111	111111111	$-2^{-32} = \dots \cong -10^9$

- c) Dato il numero  $k$  rappresentato in eccesso  $2^{15}$  dalla stringa esadecimale 1X98, rappresentare nella notazione data (con  $e = e_{min}$ ) il numero  $s = k \cdot 2^{-30}$ .

Sia  $X=5$ . Allora la stringa binaria è:

1	5	9	8
0001	0101	1001	1000

il che rappresenta un numero negativo in eccesso  $2^{15}$ . Per ricavarne il valore assoluto occorre cambiargli segno:

$(k)_{ECC}$	0001010110011000
$(k)_{CA2}$	1001010110011000
$( k )$	0110101001101000

Normalizzando  $k = -1.10101001101000 \cdot 2^{14}$ . Quindi:

$$s = k \cdot 2^{-30} = -1.10101001101000 \cdot 2^{14} \cdot 2^{-30} = -1.10101001101000 \cdot 2^{-16}$$

E nella notazione data (con  $e = e_{min}$ ):

s	e	m
1	010000	101010011

**d)** *Calcolare per la notazione data (con  $e = e_{min}$ ) l'ordine di grandezza binario degli errori relativo ed assoluto che si commettono rappresentando un numero dello stesso ordine di grandezza di  $s \cdot 10^6$ .*

Nella notazione data, ceh ha nove cifre frazionarie per la mantissa, l'errore relativo massimo è  $e_R = 2^{-9}$ .

L'errore assoluto che si commette rappresentando un numero  $x$  è:

$$e_A = e_R \cdot \text{ord}(x)$$

Dove  $\text{ord}(x)$  è l'ordine di grandezza binario di  $x$ .

Nella fattispecie, considerando che  $\text{ord}(s) = 2^{-16}$  (cfr. punto **c**), e che  $10^6 = 2^{20}$ :

$$\begin{aligned} e_A &= e_R \cdot \text{ord}(s \cdot 10^6) = e_R \cdot \text{ord}(s) \cdot \text{ord}(10^6) = e_R \cdot \text{ord}(s) \cdot \text{ord}(2^{20}) = \\ &= 2^{-9} \cdot 2^{-16} \cdot 2^{20} = 2^{-5} \end{aligned}$$

## Prova di esame del 11 aprile 2005

### ESERCIZIO 2

Si consideri una cache a mappa diretta da 1 MB, in un sistema con indirizzi a 24 bit e blocchi di memoria da 32 byte:

- a) specificare la struttura della slot e dell'indirizzo, indicando in bit o byte la dimensione di ciascun campo;
- b) determinare, esprimendolo in decimale, il numero  $n$  di slot in cui entra in cache il blocco che contiene il byte di indirizzo  $C01X58$ ;
- c) supponendo che il bus di memoria abbia 32 linee dati, calcolare quanti cicli occorrono per trasferire un blocco da memoria a cache;
- d) specificare l'indirizzo di un qualsiasi byte al cui blocco corrisponde la slot di cache numero  $(5X3)_{10}$ .

a) Specificare la struttura della slot e dell'indirizzo, indicando in bit o byte la dimensione di ciascun campo.

La dimensione netta della cache è data da:

$$\text{Dim-netta} = \text{Slot} \cdot \text{Dim-Blocco} = 2^s \cdot 2^5 = 1 \text{ MB} = 2^{20}$$

quindi:

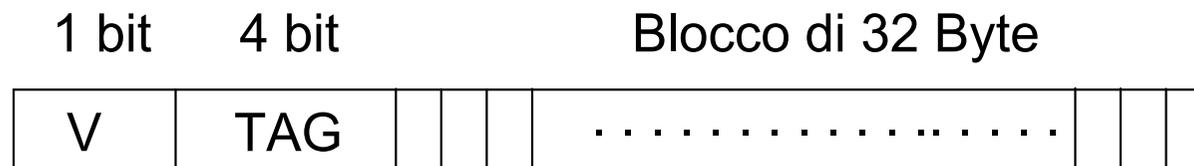
$$2^s \cdot 2^5 = 2^{20}$$

la cache ha pertanto  $2^s = 2^{15} = 32 \text{ K slot}$ .

Quindi la struttura dell'indirizzo è:

TAG	N. SLOT	BYTE
4	15	5

E conseguentemente la struttura della slot:



**b)** *Determinare, esprimendolo in decimale, il numero n di slot in cui entra in cache il blocco che contiene il byte di indirizzo C01X58.*

Se X=5, allora l'indirizzo del byte in questione è:

C	0	1	5	5	8
1100	0000	0001	0101	0101	1000

Considerando la struttura dell'indirizzo:

TAG	N. SLOT	BYTE
1100	000000010101010	11000

Quindi il numero di slot è  $2 + 8 + 32 + 128 = 170$

**c)** *Supponendo che il bus di memoria abbia 32 linee dati, calcolare quanti cicli occorrono per trasferire un blocco da memoria a cache.*

Con 32 linee in ogni ciclo vengono trasferiti 32 bit, e quindi 4 byte di 8 bit.

Per trasferire un blocco di 32 byte occorrono quindi 8 cicli in ciascuno dei quali vengono trasferiti 4 byte ( $8 \cdot 4 = 32$ ).

d) Specificare l'indirizzo di un qualsiasi byte al cui blocco corrisponde la slot di cache numero  $(5X3)_{10}$ .

Se  $X=5$ , il numero di slot è  $553=512+32+8+1$ , che in binario naturale a 15 bit è espresso da 000001000101001.

I bit del TAG e quelli che specificano il byte nel blocco possono essere scelti in modo qualsiasi (indicati da x):

TAG	N. SLOT	BYTE
XXXX	000001000101001	XXXXXX