ESAME 7/1/2009

ES 3 (ii)

$\bar{x} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 2/3 \\ 0 \end{pmatrix}$ Il p.to è ammissibile e $I(\bar{x}) = \{1, 5\}$

Voglio $\bar{d}$ t.c. in $y = \bar{x} + t\bar{d}$ $I(y) \supset I(\bar{x})$

Le direzioni ammissibili in $\bar{x}$ (tutte) sono:

$\begin{cases} a_1^T d = 0 \\ a_5^T d \geq 0 \end{cases}$ tra queste scelgo quelle che mantengano attivi i vincoli 1 e 5, cioè: $\begin{cases} a_1^T d = 0 \\ a_5^T d = 0 \end{cases}$

Si ha

$$\begin{cases} (-2 \quad 3 \quad 4)\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix} = 0 \\ (0 \quad 0 \quad 1)\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} -2d_1 + 3d_2 + 4d_3 = 0 \\ d_3 = 0 \end{cases} \qquad d = \begin{pmatrix} d_1 \\ \frac{2}{3}d_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\forall d_1 \in \mathbb{R}$

Se voglio attivare almeno 1 vincolo in più devo scegliere una direzione t.c. $a_j^T d < 0$ per $j \in \{2, 3, 4\}$ – li calcolo

$$a_2^T d = (5 \quad -2 \quad 3)\begin{pmatrix} d_1 \\ 2/3\, d_1 \\ 0 \end{pmatrix} = 5d_1 - 4/3\, d_1$$

$$a_3^T d = (1 \quad 0 \quad 0)\begin{pmatrix} = \end{pmatrix} = d_1$$

$$a_4^T d = (0 \quad 1 \quad 0)\begin{pmatrix} = \end{pmatrix} = \frac{2}{3}d_1$$

Con $d_1 < 0$ $a_3^T d < 0$ e $a_4^T d < 0$

con $d_1 > 0$ nessun vincolo si attiva!

Scelgo dunque $d_1 < 0$ ad es.

$$\bar{d} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2/3 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad y = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 2/3 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ -2/3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 - t \\ \frac{2}{3}(1-t) \\ 0 \end{pmatrix}$$

t^{max} è il minimo tra i valori che mantiene ammissibile:

$$\begin{cases} 5\left(\frac{1}{2}-t\right) - 2 \cdot \frac{2}{3}(1-t) \geq -1 \\ \frac{1}{2} - t \geq 0 \\ 1 - t \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{matrix} +\frac{11}{3}t \leq \frac{13}{6} \quad \boxed{t \leq \frac{13}{22}} \\ \boxed{\begin{matrix} t \leq 1/2 \\ t \leq 1 \end{matrix}} \end{matrix}$$

$\min\left\{1, \frac{1}{2}, \frac{13}{22}\right\} = \frac{1}{2}$ il vincolo che si attiva è 3

$$y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1/3 \\ 0 \end{pmatrix}$$