

Optimal sizing

A factory need to build a tank of cylindrical shape. Such tank must be located into a of storehause resting on one base. The storehouse has a rectangular map of dimensions 20×10 meter and it has a sloping roof along the shorter side of 10 mt. The maximum height is 5mt and the minimum is 3 mt.

The material to construct the tank is some special flexible plastic material that can be cut, shaped and glued firmly. The available material is 200 m^2 .

We want to determine the optimal sizes of the tank so to maximize the amount of liquid which can be contained.

Dimensionamento ottimo

Un'industria deve costruire un silos di forma cilindrica. Il silos deve essere posto in un magazzino appoggiato su una delle basi. Tale magazzino è a pianta rettangolare di dimensioni metri 20×10 ed ha un tetto spiovente lungo il lato di 10 metri, che ha altezza massima di metri 5 e altezza minima di metri 3. Per costruire questo silos deve essere usato del materiale plastico flessibile che può essere tagliato, modellato e incollato saldamente. Sapendo che si dispone di 200 m^2 di tale materiale plastico si costruisca un modello che permetta di determinare le dimensioni del silos (raggio di base ed altezza) in modo da massimizzare la quantità di liquido che può esservi contenuto.

Construction of the model

- *Decision variables.* We consider the dimensions of the tank R and h represents respectively the radius (in mt) of the base and the height of the cylindric tank.
- *Objective function.* We want to maximize the volume of the tank

$$\pi R^2 h.$$

- *Constraints.* the diameter cannot exceed the dimension of the storehouse

$$2R \leq 10.$$

The height is limited by the slope of the roof which varies with the diameter. The slope m is obtained as

$$m = \frac{3 - 5}{10 - 0} = -\frac{1}{5} = 0.2$$

$$h \leq 5 - 0.2 \cdot 2R.$$

Availability of raw material represent another constraint

$$2\pi R^2 + 2\pi R h \leq 200.$$

Further both $R \geq 0$, $h \geq 0$.

The full model is

$$\begin{aligned} \max_{R, h} \quad & \pi R^2 h \\ & 2R \leq 10 \\ & h + 0.2 \cdot 2R \leq 5 \\ & 2\pi R^2 + 2\pi R h \leq 200 \\ & R \geq 0, \quad h \geq 0. \end{aligned}$$

It is a nonlinear programming model.